



TTÜ1918



Sünkroonsete loogikaskeemide optimeerimine

- **Oleku-põhised mudelid**
 - siirde diagrammid või tabelid (FSM)
 - ilmutatud olek / ilmutamata pindala ja viide
 - **olekute arvu minimeerimine**
- **Struktuursed mudelid**
 - sünkroonsed loogikavõrkgraafid
 - ilmutamata olek / ilmutatud pindala ja viide
 - **skeemi optimeerimine**
- **Sarnane mitmetasemeliste loogikafunktsioonide minimeerimisega**
- **Esitusviis – modifitseeritud loogikavõrkgraaf**
 - mäluelementid / registrid

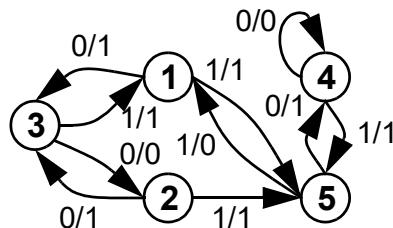


TTÜ1918



Automaadi minimeerimine

- Automaadi minimeerimine – olekute arvu vähendamine
- Ekvivalentsed olekud – võrdsete sisendjadade korral väljundjadad katuvad

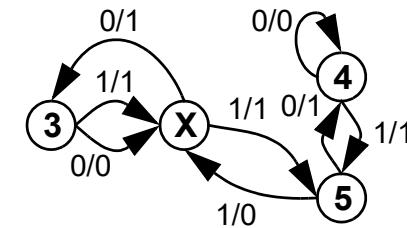


I: 001001100011...

O: 101101010111...

S: 1325445132315...

“must kast #1” == “must kast #2”



I: 001001100011...

O: 101101010111...

S: X3X5445X3X3X5...

- Intuitiivne lähenemine
 - kaks olekut on ekvivalentsed, kui nende siirded on identsed (ei pruugi alati töötada!)
- Süstemaatiline lähenemine
 - olekud 1 & 2 on ekvivalentsed
 - leida selline olekute hulga tükeldus, et ekvivalentsed olekud oleksid samas tükelduste plokis (ekvivalentsiklassis)
 - olekute hulk $S=\{1,2,3,4,5\}$, tükeldus $P=\{\overline{1,2}; \overline{3}; \overline{4}; \overline{5}\}$ (vt. asendusomadusega tükeldus)



TTÜ1918



Algebraaline struktuuriteooria – Tükeldused

- Vastavuse φ erijuht, lähte- ja sihthulk langevad kokku - $D(\varphi) = R(\varphi) = A$
 - Tähistus – $R \subseteq A \times A$
 - Ekvivalentsisuhe R on refleksiivne, sümmeetriline ja transitiiivne
 - Elemandi $a \in A$ ekvivalentsiklass ekvivalentsisuhes R – $K(a) = \{ b \mid \langle a, b \rangle \in R \}$
- Ekvivalentsisuhe genereerib tükelduse (partition) P hulgal A
Tükeldus P koosneb ekvivalentsiklassidest K_i , $i=1, \dots, n$
 $P = \{ K_1, K_2, \dots, K_n \}$, kus $K_i \neq \emptyset$, $i=1, \dots, n$;
$$K_i \cap K_j = \emptyset, \quad i, j = 1, \dots, n, \quad i \neq j;$$
$$\cup K_i = A$$
 - 0-tükeldus (nulltükeldus) koosneb 1-elemendilistest ekvivalentsi klassidest
 - 1-tükelduses (ühiktükelduses) on ainult üks ekvivalentsiklass
- $B_P(a)$ – tükelduse P ekvivalentsiklass (plokk) K_i , millesse kuulub a
 - $K_i = B_P(a) \Rightarrow a \in K_i$
- $a_1 \equiv a_2 (P)$ – elemendid a_1 ja a_2 kuuluvad samasse tükelduse P plokki K_i siis ja ainult siis, kui $B_P(a_1) = B_P(a_2)$
- Tükelduste kasutamine – dekompositsioon ja kompositsioon, olekute kodeerimine
 - automaadi tükeldamine kaheks või enamaks automaadiks
 - kahe või enama automaadi ühendamine

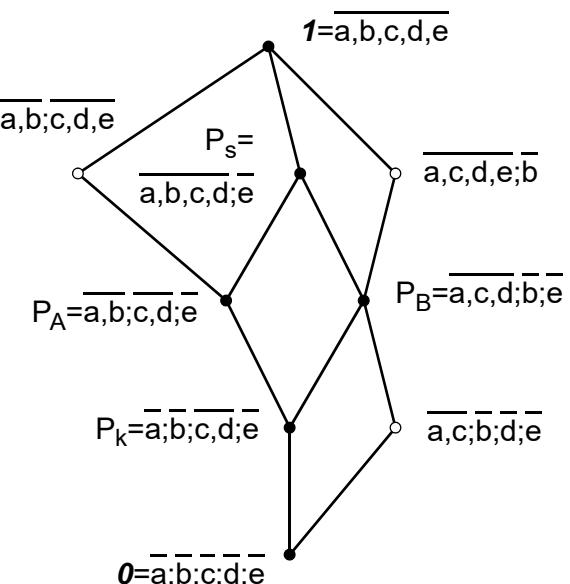


TTÜ1918



Tükeldus – operatsioonid

- **Hulk:** $A = \{a, b, c, d, e\}$, tükeldused: $P_A = \{\overline{a, b}; \overline{c, d}; \overline{e}\}$ ja $P_B = \{\overline{a, c, d}; \overline{b}; \overline{e}\}$
 - $P_A = \{\{a, b\}, \{c, d\}, \{e\}\}$ ja $P_B = \{\{a, c, d\}, \{b\}, \{e\}\}$
- **Korrutis:** $P_1 \cdot P_2 : (a_1 \equiv a_2 (P_1 \cdot P_2)) \Leftrightarrow (a_1 \equiv a_2 (P_1) \& a_1 \equiv a_2 (P_2))$
 - $P_k = P_A \cdot P_B = \{\overline{a, b}; \overline{c, d}; \overline{e}\} \cdot \{\overline{a, c, d}; \overline{b}; \overline{e}\} = \{\overline{a}; \overline{b}; \overline{c, d}; \overline{e}\}$
- **Summa:** $P_1 + P_2 : (a_1 \equiv a_2 (P_1 + P_2)) \Leftrightarrow (a_1 \equiv a_2 (P_1) \vee a_1 \equiv a_2 (P_2))$
 - $P_s = P_A + P_B = \{\overline{a, b}; \overline{c, d}; \overline{e}\} + \{\overline{a, c, d}; \overline{b}; \overline{e}\} = \{\overline{a, b, c, d}; \overline{e}\}$
- **Võrdlus:**
 $P_1 \leq P_2 \Leftrightarrow P_1 \cdot P_2 = P_1 \Leftrightarrow [\forall K_i \in P_1 (\exists K_j \in P_2 [K_i \subseteq K_j])]$
 - $P_A \leq P_s - \{\overline{a, b}; \overline{c, d}; \overline{e}\} \cdot \{\overline{a, b, c, d}; \overline{e}\} = \{\overline{a, b}; \overline{c, d}; \overline{e}\}$
 - P_A ja P_B ei ole võrreldavad
- **Tükelduste võre**
 - Tehted \sim asukoht võrel
 - Võrreldavus \sim asukoht võrel
- **Null-tükeldus (0) – iga element on omaette plokis**
- **Ühik-tükeldus (1) – kõik elemendid on samas plokis**





TTÜ 1918



Asendusomadus (S.P.)

- Olekute grupid, mis teistest ei sõltu
- Automaadi $M=(S,I,O,\delta,\lambda)$ olekute hulga tükeldusel P on **asendusomadus** (substitution property, S.P.) siis ja ainult siis, kui $s \equiv t(P)$ järeltub, et ka $\delta(s,i) \equiv \delta(t,i)(P) \quad \forall i \in I$
 - kui lähteolekud kuuluvad ühte tükelduse plokki, siis ka järgmised olekud peavad kuuluma ühte plokki (ei pruugi kokku langeda lähteolekute plokiga) kõikide sisendkombinatsioonide korral
 - tükeldus P - kasutusel ka tähistus π
- Asendusomadustega tükeldused:
 - $P_A = \{\overline{1,2,3}; \overline{4,5,6}\}$
 - $P_B = \{\overline{1,6}; \overline{2,5}; \overline{3,4}\}$
- 0-tükeldus ja 1-tükeldus on S.P. tükeldused

x	s_t	s_{t+1}	y
0	1	4	0
1		3	
0	2	6	0
1		3	
0	3	5	0
1		2	
0	4	2	1
1		5	
0	5	1	0
1		4	
0	6	3	0
1		4	



TTÜ1918



Tükelduste kasutamine kodeerimisel

- Tükeldustel baseeruv lähenemine
 - automaadi olekute hulga tükeldamine selliselt, et tükelduste ploidid omaksid võimalikult väikest “vastastikust sõltuvust”
- Leitakse automaadi asendusomadusega (S.P.) tükeldused
 - väljundeid ei vaadelda
 - iga tükeldus vastab sõltumatule osale
 - teostatakse paralleelne dekompositsioon
- Näide
 - S.P. tükeldused - $P_1 = \overline{1,2,3} \quad \overline{4,5,6}$, $P_2 = \overline{1,6} \quad \overline{2,5} \quad \overline{3,4}$
 - Dekompositsiooniks vajalik, et $P_1 \cdot P_2 = P_0$
 - vajadusel geneeritakse täiendavaid tükeldusi
 - Iga tükeldus (kui automaat) kodeeritakse eraldi:
 - $P_1 \rightarrow 1-\{1,2,3\} \quad 0-\{4,5,6\}$ & $P_2 \rightarrow 10-\{1,6\} \quad 01-\{2,5\} \quad 00-\{3,4\}$
 - Olekute koodid: 1->110, 2->101, 3->100, 4->000, 5->001, 6->010

x	s_t	s_{t+1}	y
0	1	4	0
1		3	
0	2	6	0
1		3	
0	3	5	0
1		2	
0	4	2	1
1		5	
0	5	1	0
1		4	
0	6	3	0
1		4	

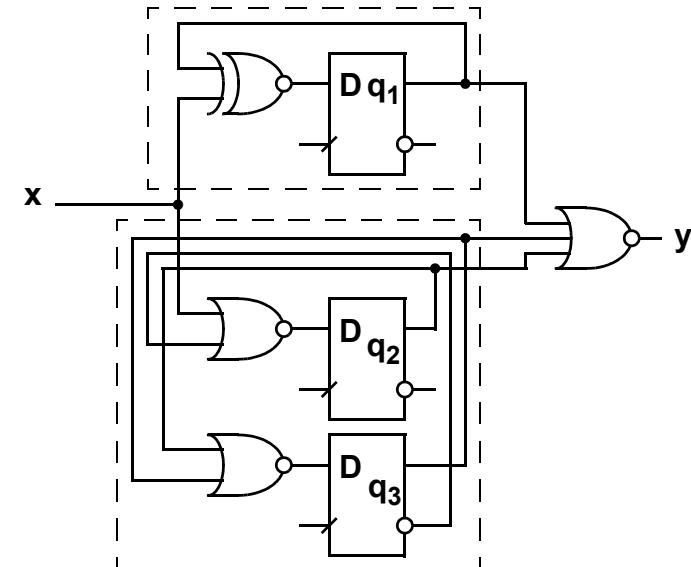


TTÜ1918



Tükeldused, kodeering ja realisatsioon

- Olekute koodid: $1 \rightarrow 110$, $2 \rightarrow 101$, $3 \rightarrow 100$, $4 \rightarrow 000$, $5 \rightarrow 001$, $6 \rightarrow 010$
- Tükeldused: $P_1 = \{\overline{1,2,3}; \overline{4,5,6}\}$, $P_2 = \{\overline{1,6}; \overline{2,3,4,5}\}$, $P_3 = \{\overline{2,5}; \overline{1,3,4,6}\}$
 - kaheplokilised tükeldused: 1 - parempoolne plokk, 0 - vasakpoolne plokk
- $P_1 \cdot P_2 \cdot P_3 = \{\overline{1;2;3;4;5;6}\} = 0$ & $P_1 + P_2 + P_3 = \{\overline{1,2,3,4,5,6}\} = 1$
- **Automaatide võrk -
kaks paralleelselt töötavat automaati**
 - $d_1 = q_1x + \overline{q_1x} = \text{xnor}(q_1, x)$
 - $d_2 = \overline{q_3x} = \text{nor}(\overline{q_3}, x)$
 - $d_3 = \overline{q_2q_3} = \text{nor}(q_2, q_3)$
 - $y = q_1q_2q_3 = \text{nor}(q_1, q_2, q_3)$
- **Tükeldused:**
 - 1. automaat: $P_A = \{\overline{1,2,3}; \overline{4,5,6}\}$ ($=P_1$)
 - 2. automaat: $P_B = \{\overline{1,6}; \overline{2,5}; \overline{3,4}\}$ ($=P_2 \cdot P_3$)



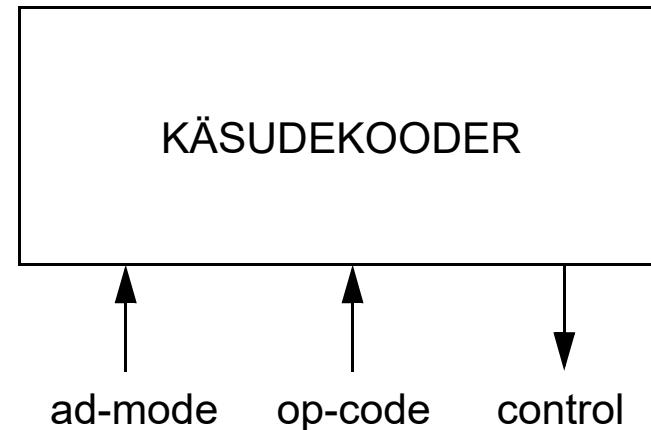


TTÜ1918



Sümboolne minimeerimine ja kodeerimine

- Sümbole tabelite minimeerimine
- Kahend- ja MV-loogika funktsioonide minimeerimise edasiarendus
 - Rakendused – kodeerimine
 - operatsionikoodid, automaadi olekud, jne.
 - Lahendatavad probleemid
 - sisendite, väljundite & kombineeritud kodeerimine
- Näide



ad-mode	op-code	control
INDEX	AND	CNTA
INDEX	OR	CNTA
INDEX	JMP	CNTA
INDEX	ADD	CNTA
DIR	AND	CNTB
DIR	OR	CNTB
DIR	JMP	CNTC
DIR	ADD	CNTC
IND	AND	CNTB
IND	OR	CNTD
IND	JMP	CNTD
IND	ADD	CNTC



TTÜ 1918



Näide – sisendite kodeerimine

ad-mode	op-code	control
INDEX	AND	CNTA
INDEX	OR	CNTA
INDEX	JMP	CNTA
INDEX	ADD	CNTA
DIR	AND	CNTB
DIR	OR	CNTB
DIR	JMP	CNTC
DIR	ADD	CNTC
IND	AND	CNTB
IND	OR	CNTD
IND	JMP	CNTD
IND	ADD	CNTC

1-hot / MV		
100	1000	1000
100	0100	1000
100	0010	1000
100	0001	1000
010	1000	0100
010	0100	0100
010	0010	0010
010	0001	0010
001	1000	0100
001	0011	0010
001	0110	0001
001	0001	0010
001	1000	0100
001	0100	0100
001	0010	0010
001	0001	0010

1-hot / MV		
100	1111	1000
010	1100	0100
001	1000	0100
010	0011	0010
001	0001	0010
001	0110	0001

ad-md.	op-code	ctrl
INDEX	AND, OR, JMP, ADD	CNTA
DIR	AND, OR	CNTB
IND	AND	CNTB
DIR	JMP, ADD	CNTC
IND	ADD	CNTC
IND	OR, JMP	CNTD



TTÜ1918



Sisendite kodeerimine – lahendamine

- Minimaalse sümbolkatte teisendamine minimaalseks binaarkattekseks
- Sümbolimplikantide vastavus kahendimplikantidega
- Liitimplikandid
 - vastavad sümbolid tuleb kodeerida selliselt, et vastav superkuup ei sisalda teisi sümboleid
- Sümbolid asendada kattes koodidega

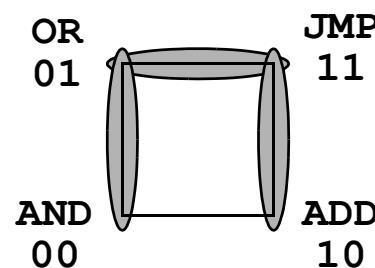
Liitliteraalid

AND , OR , JMP , ADD

AND , OR

JMP , ADD

OR , JMP



AND	00
OR	01
JMP	11
ADD	10

INDEX	00
DIR	01
IND	11

Kodeeritud kate

ad.	op.	ctrl
00	--	1000
01	0-	0100
11	00	0100
01	1-	0010
11	10	0010
11	-1	0001

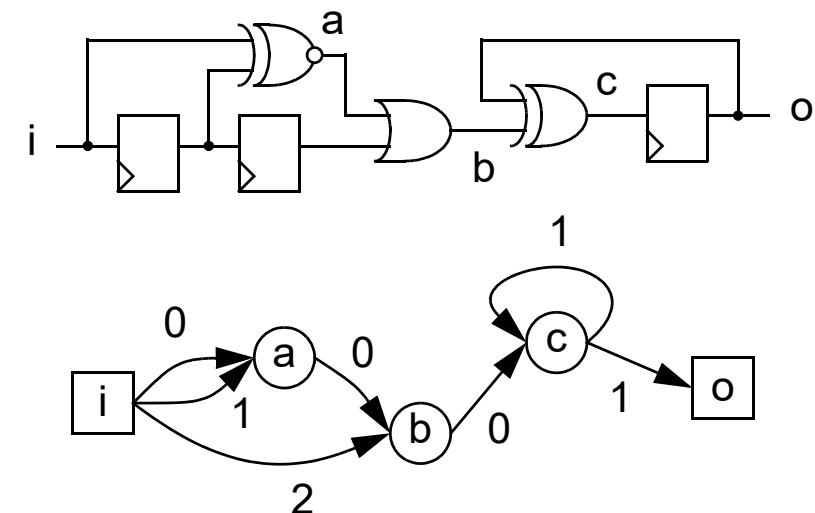


TTÜ1918



Automaadi skeemi minimeerimine

- **Loogikavõrkgraaf (logic network)**
 - omavahel ühendatud loogikafunktsioonid
 - kombineeritud struktuurne/käitumuslik mudel
- **Sünkroonne loogikavõrkgraaf**
 - sünkroonne viide
 - sõlmed == võrrandid == s/v, loogikalülid
 - servad == sõltuvused == ahelad
 - kaalud == sünkroonne viide == registrid
 - **Pindala ennustuse minimeerimine**
 - literaalide arv / funktsioonide/loogikalülide arv
 - arvestada tuleb viite piiranguid
 - **Suurima viite minimeerimine**
 - tee sügavus / loogikalülide mudelid / olulised teed
 - arvestada tuleb pindala (võimsustarbe) piiranguid
 - **Testitavuse maksimaliseerimine ja/või võimsustarbe minimeerimine**





TTÜ1918



Optimeerimine

- Optimeeritakse ainult kombinatoorset loogikat
 - loogika minimeerimine
 - kahe- ja/või mitme-tasemeline minimeerimine
- Optimeeritakse ainult mäluelementide / registrite asukohti
 - *retiming* (ümberajastamine)
- Optimeeritakse tervet skeemi
 - sisendi/väljundi ajastuse muutmine
 - sünkroonsed teisendused – algebralised / Boole'i
- Optimeerimis-strateegiad
 - Samm-sammuline parendamine
 - teisendused (transformations) võrkgraafil
 - Funktsionaalsus ei tohi muutuda
 - Erinevad meetodid
 - erinevad teisenduste variandid / erinevad teisenduste rakendamise järjekorrad



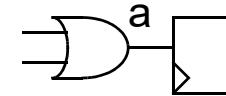
TTÜ1918



Retiming (ümberajastamine) – optimeerimise etapid

- **Registrid eraldatakse kombinatoorsest osast**
- **Kombinatsioonskeemide minimeerimine**
 - **avaldiste modifitseerimine**
 - **graafi struktuuri modifitseerimine**
- **Registrid ühendatakse tagasi**
- **Registrite asukohti muudetakse**
 - **kombinatoorne osa ei muutu**
 - **muutuvad kriitilised teed**
- **Võrkgraafi struktuur ei muutu**
 - **muutuvad kaalud**
 - **graafi struktuur ei muutu**

a



b

0

0

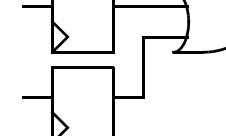
1

1

0

1

a



b

1

0

1



TTÜ1918



Retiming

- **Globaalne optimeerimistehnika**
 - mõjutab pindala – registrite arv muutub
 - mõjutab viidet – teede pikkused registrite vahel muutuvad
 - lahendatav polünomaalse ajaga
- **Eldused**
 - **sõlme viide on konstantne**
 - väljundite arvust sõltuvat viite komponenti ei arvestata
 - **graafi topoloogia on invariantne**
 - ei teostata loogika teisendusi
 - **sünkroonne realisatsioon**
 - tsüklitel on positiivsed kaalud
 - servadel on mitte-negatiivsed kaalud
 - **arvestatakse ainult topoloogilisi teid**
 - “false path” analüüsi ei teostata

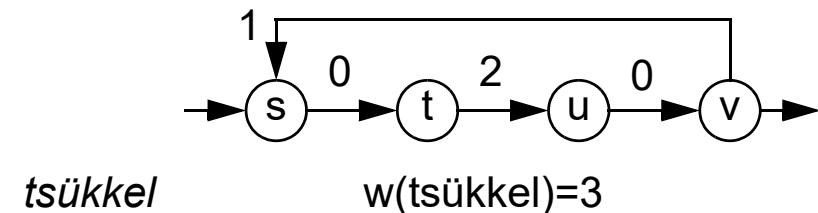
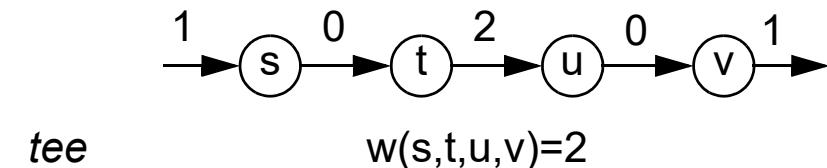
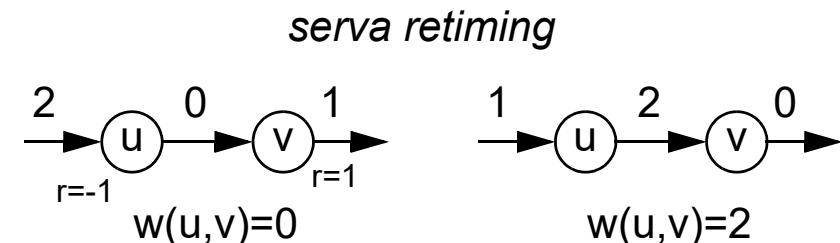


TTÜ1918



Retiming – definitsioone ja omadusi

- **Sõlme retiming**
 - täisarvuline teisendus, register nihutatakse väljundist sisendisse
- **Skeemi retiming**
 - sõlmede retiming'ute vektor
- **Ekvivalentsete skeemide kogum**
 - originaalne skeem + retiming vektorid
- **Definitsioonid**
 - $w(v_i, v_j)$ – serva (v_i, v_j) kaal
 - (v_i, \dots, v_j) – tee sõlmest v_i sõlmeni v_j
 - $d(v_i, \dots, v_j)$ – tee (v_i, \dots, v_j) viide (sõlmest v_i sõlmeni v_j)
- **Omadused**
 - **serva retiming:** $\bar{w}_{ij} = w_{ij} + r_j - r_i$
 - **tee retiming:** $w(v_i, \dots, v_j) = w(v_i, \dots, v_j) + r_j - r_i$
 - **tsüklite kaalud on invariantsed**





TTÜ1918



Legaalne retiming

- **Taktsignaali periood ϕ**
- **Retiming'u vektor peab tagama:**
 - ühegi serva kaal ei ole negatiivne: $\bar{w}_{ij} = w_{ij} + r_j - r_i \geq 0 \quad \forall i,j$
 - iga tee (v_i, \dots, v_j) , mille puhul $d(v_i, \dots, v_j) \geq \phi$, omab vähemalt ühte registrit:
$$\bar{w}(v_i, \dots, v_j) = w(v_i, \dots, v_j) + r_j - r_i \geq 1 \quad \forall i,j$$
- **Originaalne graaf ei oma tsükleid negatiivse kaaluga,
seega ka uus graaf ei oma tsükleid negatiivse kaaluga**

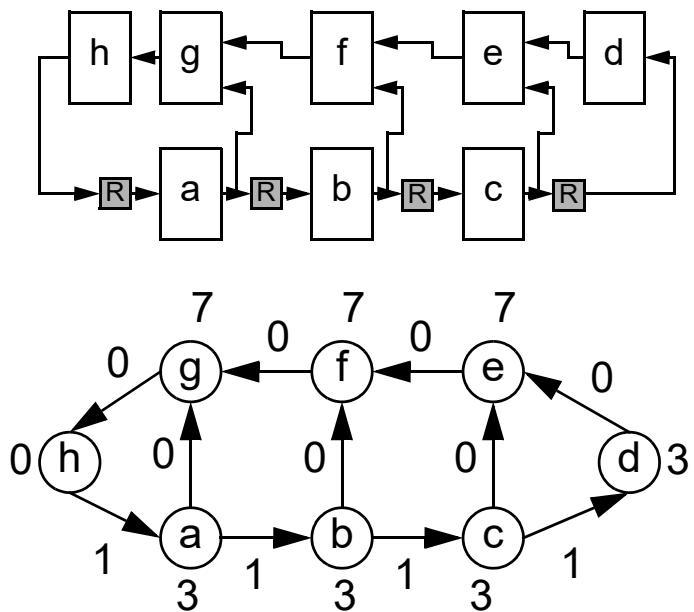


TTÜ1918



Retiming – optimeerimisülesanne

- Lühim registrite tee – $W(v_i, v_j) = \min w(v_i, \dots, v_j)$ [kõik teed v_i ja v_j vahel]
- Kriitiline viide – $D(v_i, v_j) = \max d(v_i, \dots, v_j)$ [kõik teed v_i ja v_j vahel kaaluga $W(v_i, v_j)$]
- Leida selline minimaalne taktsignaali periood ϕ , et eksisteeriks retiming vektor, mille puhul
- $r_i - r_j \leq w_{ij} \quad \forall (v_i, v_j) \in E$
- $r_i - r_j \leq W(v_i, v_j) - 1 \quad \forall v_i, v_j \mid D(v_i, v_j) > \phi$



sõlmed: a & e

teed: (a,b,c,e) & (a,b,c,d,e)

$$W(a,e)=2 \text{ & } D(a,e)=16$$



TTÜ1918



Relaktsioonil põhinev algoritm

- Otsib suure viitega teid
- Lühendab selliseid teid otsmiste registri “koomale tömbamise” abil
 - mõni teine teen võib muutuda liiga pikaks
 - eriti need teen, mille “saba” liikus
- Kasutab iteratiivset lähenemist
- Iga sõlme jaoks leitakse andmete valmisoleku aeg (data ready time)
 - koguviide registrist alates
- Iteratiivne lähenemine
 - leiab sõlmed, mille andmete valmisoleku aeg $> \phi$
 - sellistel sõlmedel teostatakse retiming 1 võrra (register väljundist sisendisse)
- Omadused
 - legaalne retiming leitakse $|N|$ iteratsiooniga (kui üldse leidub)

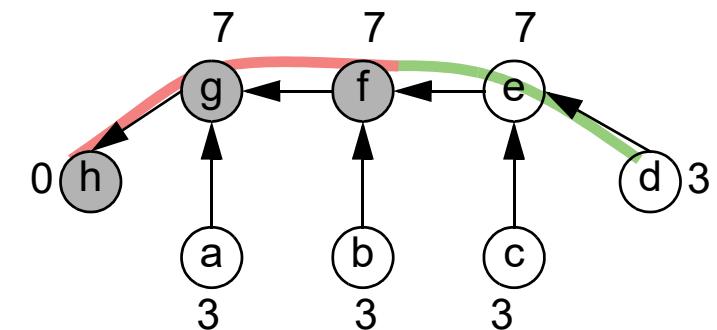
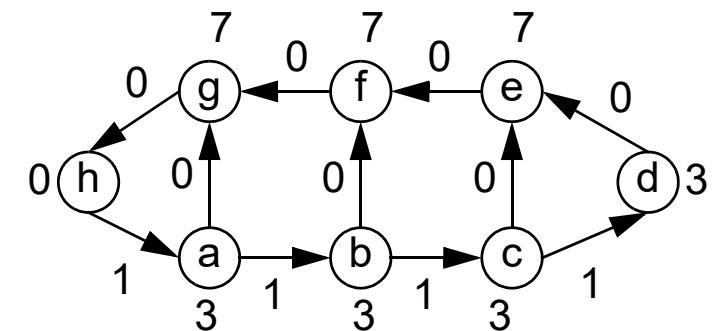


TTÜ1918



Retiming – näide

- Ülemine gaaf – originaalne skeem
- Alumine graaf – registrid eemaldatud
 - kombinatsioonskeem
- $\phi = 13$
- andmete valmisoleku ajad:
 - $t_a=3, t_b=3, t_c=3, t_d=3, t_e=10, t_f=17, t_g=24, t_h=24$
- sõlmedele f, g ja h tehakse retiming 1 võrra



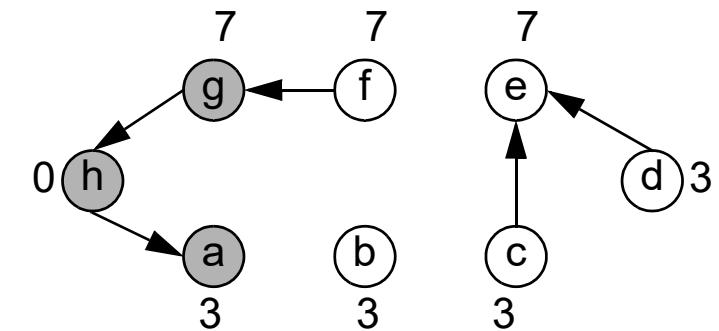
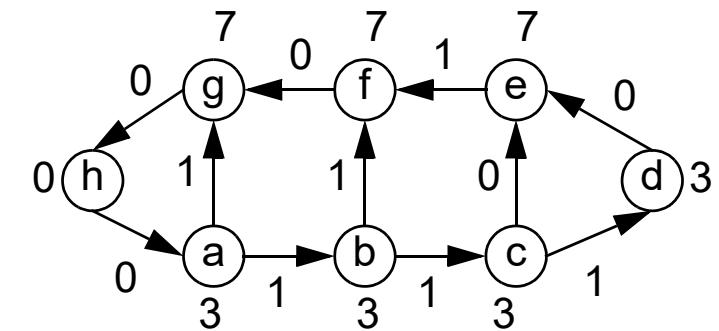


TTÜ1918



Retiming – näide (järg)

- andmete valmisoleku ajad:
 - $t_a=17$, $t_b=3$, $t_c=3$, $t_d=3$, $t_e=10$, $t_f=7$, $t_g=14$, $t_h=14$
- sõlmedele a, g ja h tehakse retiming 1 võrra



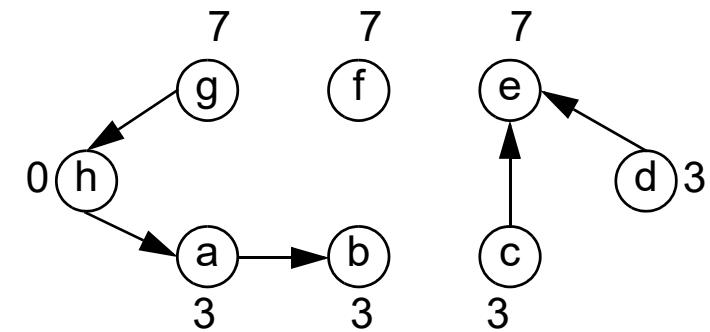
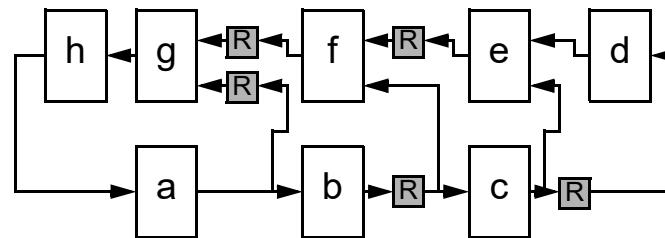
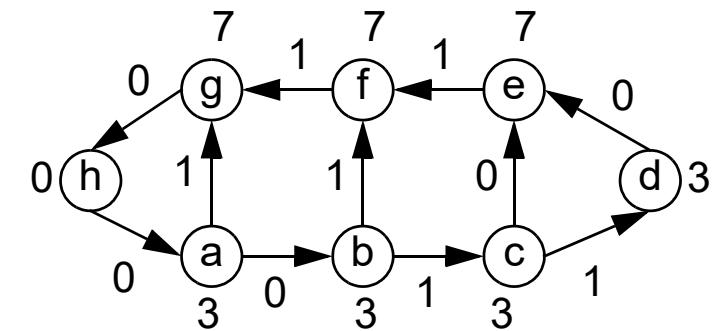


TTÜ1918



Retiming – näide (järg)

- andmete valmisoleku ajad:
 - $t_a=10, t_b=13, t_c=3, t_d=3, t_e=10, t_f=7, t_g=7, t_h=7$
- lõpp – $\forall t_i \leq \phi$



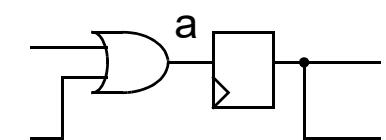
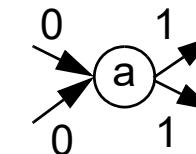
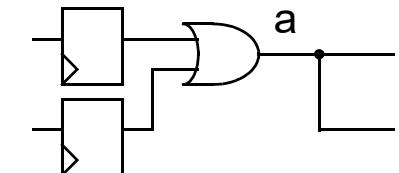
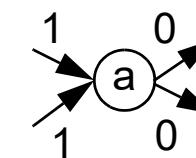


TTÜ1918



Retiming – rakendatavus

- **Registrite arvu minimeerimine**
 - sünkroonse viite nihutamine sisenditest väljundisse
- **Kontroll-osa**
 - abstrakne automaadi mudel peidetud võrkgraafi sisse
- **Andme-osa**
 - loogikafunktsioonid
 - mäluelementid / registrid
- **Mitte ainult loogikaskeemid vaid ka kõrgemad abstraktsiooni tasemed**
 - sõlmed – funktsioonid
 - sünkroonsed viited – nt. kriitilised ressursid (mälud)





TTÜ1918



Dигаalsüsteемide testimise alused

Funktsioonide teisendused – kahendmeetodid

- Kasutavad fakti, et osa sisendmuutujaid ja/või võrgugraafi sõlmi ei mõjuta osasid funktsioone
 - toob sisse täiendavad määramatused
 - võimalik kasutada lokaalset kahendminimeerimist
- **Juhitavus (controllability)**
 - sisendkombinatsioonid, mida ei esine võrgu sisendis (ümbritsevast keskkonnast tingituna)
- **Jälgitavus (observability)**
 - sisendkombinatsioonid, mille korral väljund ei ole vaadeldav keskkonna poolt
 - suhteline iga väljundi jaoks
- **Seotud funktsioonide testitavusega**



TTÜ1918



Kahendmeetodid – sisemised määramatused

- Võrgu sise-ehitusest sõltuvad
 - Juhitavus – kombinatsioonid, mida ei esine alamvõrgu sisendis
 - Jälgitavus – kombinatsioonid, mille korral alamvõrgu väljundid ei ole vaadeldavad
- Näide #1
 - $x = \bar{a} + b; \quad y = a \bar{b} x + \bar{a} \bar{c} x;$
 - juhitavus – y sisendis ei saa esineda kombinatsiooni $a \bar{b} x + \bar{a} \bar{c} x + b \bar{x}$
 - minimeerides – $y = a x + \bar{a} c$
- Näide #2
 - $v = \bar{a} d + b \bar{d} + \bar{c} d + ae; \quad (\text{dekompositsioon}) \quad j = \bar{a} + b + \bar{c}; \quad v = jd + ae;$
 - $a=0 \rightarrow j=1 : \text{seega on võimatu kombinatsioon: } a=0 \& j=0 \rightarrow v=''$
 - minimeerides – $v = jd + ae \quad (\text{alati ei muutu lihtsamaks})$

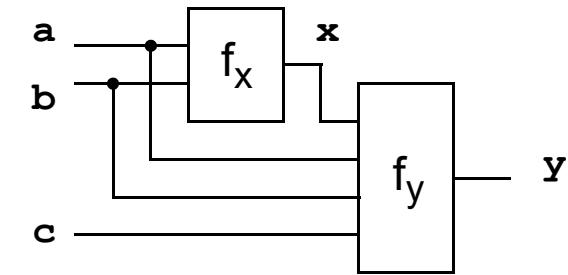


TTÜ 1918



$$x = \overline{a} + b; \quad y = abx + \overline{ac}x;$$

- $x=0 \rightarrow a=1 \& b=0$
- $x=1 \rightarrow a=0 \vee b=1$
- **Võimatuks kombinatsioonid:**
 - $x=0 \& ! (a=1 \& b=0) \rightarrow x=0 \& (a=0 \vee b=1)$
 - $x=1 \& ! (a=0 \vee b=1) \rightarrow x=1 \& a=1 \& b=0$
- **Määramatused:**
 - $x=0 \& a=0; \quad x=0 \& b=1; \quad x=1 \& a=1 \& b=0$
- **Tulemus**
$$\overline{y} = \overline{a}c + ax$$



		a	b
		0	0
		0	0
		1	0
		0	1
		0	0
		1	1
		0	0

		a	b
		-	-
		-	0
		1	-
		0	1
		-	-



TTÜ1918



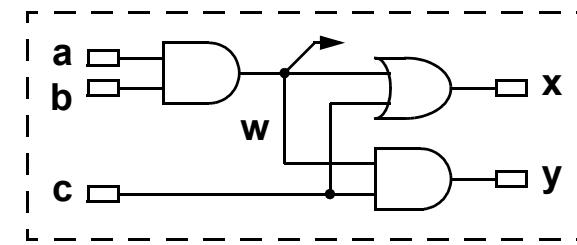
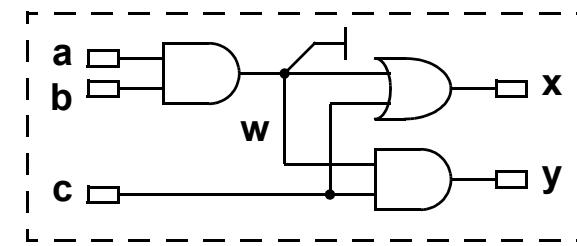
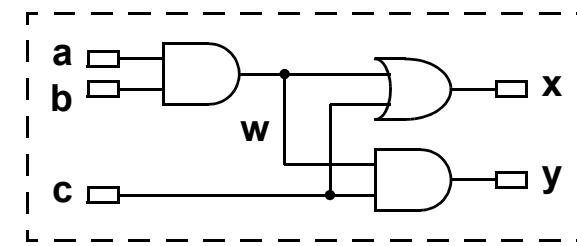
Testitavuse alused

- **Rikke mudel – mingi ahela *lühis* 0 või 1-ga (stuck-at-0/stuck-at-1)**
- **Ahela w kontroll lühisele 0-ga**
 - sisendkombinatsiooniga seatakse vastav ahel 1-ks
 - võrreldakse väljundeid – vigase skeemi väljund on erinev soovitust
- **Ahela w kontroll lühisele 1-ga**
 - sisuliselt sama, kuid jälgitav ahel seatakse 0-ks
- **Ahel w peab olema juhitav ja jälgitav**
 - testitavus sõltub skeemi struktuurist
- **Süntees testitavust silmas pidades**
 - võimalikult suur osa sisemisi ahelaid peaks olema jälgitavad ja juhitavad
 - liiasuste eemaldamine mitmetasemelisel loogikafunktsoonide minimeerimisel



Näide

- Skeem: $w=ab$; $x=w+c$; $y=wc$;
- Lühis 0-ga
 $w=0$; $\rightarrow x=c$; $y=0$;
- Lühis 1-ga
 $w=1$; $\rightarrow x=1$; $y=c$;
- Kas w on jälgitav?
 - Millised väljundid sõltuvad w-st?
- Kas w on juhitav?
 - Kas leidub sisendkombinatsioon, mis lubab w-le seada soovitud väärtsuse?





TTÜ1918



- **Jälgitavus - Boole'i diferentsiaal -** $\partial f / \partial x_i = f_{xi} \oplus f_{x'i}$
 - Kas väljund x ($x=w+c$) sõltub w -st? Kas väljund y ($y=wc$) sõltub w -st?
 - **Kofaktorid** -- $x_w=1 ; x_{w'}=c ; y_w=c ; y_{w'}=0 ;$
 - $\partial x / \partial w = x_w \oplus x_{w'} = 1 \oplus c = c'$ (sõltub siis, kui $c==0$)
 - $\partial y / \partial w = y_w \oplus y_{w'} = c \oplus 0 = c$ (sõltub siis, kui $c==1$)
 - Nii x kui ka y sõltuvad w -st, kuid erinevatel c väärustel
→ w on jälgitav väljunditel x ja y (teatud mööndustega)
- **Juhitavus - soovitud vääruse seadmine w -l**
 - $w=a \oplus b$
 - lühis 0-ga kontrollimiseks → $w==1 \rightarrow a==1$ ja $b==1$
 - lühis 1-ga kontrollimiseks → $w==0 \rightarrow a==0$ või $b==0$
 - BDD'd (või muud otsustus diagrammid) sobivad selleks suurepäraselt



TTÜ1918



- **Ahel w peab olema jälgitav ja juhitav**
 - Peab leiduma ühisosa jälgitavust ja juhitavust määravate sisend-kombinatsioonide vahel, vastasel korral pole mõni riketest määratav
 - Funktsionaalne test – ainult töö õigsuse kontroll, rike ei pruugi olla määratav
 - Diagnostika – konkreetse rikke (või isegi mitme rikke) täpne määramine
- **Konsensus ($C_w^x = x_w \cdot x_{w'}$) – milline osa ei sõltu w-st**
 - $C_w^x = x_w \cdot x_{w'} = 1 \cdot c = c ; \quad C_w^y = y_w \cdot y_{w'} = c \cdot 0 = 0 ;$
- **Häiritus (perturbation)**
 - Lühis 0-ga - $\delta_{w'} = w \cdot (\partial x / \partial w) = x \oplus x_{w'}$
 - $x - \delta_{w'} = w \cdot (\partial x / \partial w) = x \oplus x_{w'} = w \cdot c'$
 - $y - \delta_{w'} = w \cdot (\partial y / \partial w) = y \oplus y_{w'} = w \cdot c$
 - Lühis 1-ga - $\delta_w = w' \cdot (\partial x / \partial w) = x' \oplus x_w$
 - $x - \delta_w = w' \cdot (\partial x / \partial w) = x' \oplus x_w = w' \cdot c'$
 - $y - \delta_w = w' \cdot (\partial y / \partial w) = y' \oplus y_w = w' \cdot c$



TTÜ 1918



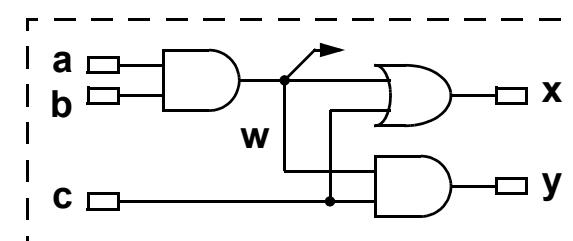
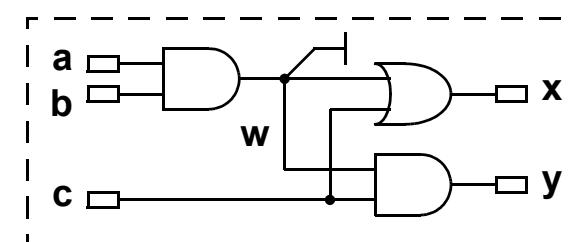
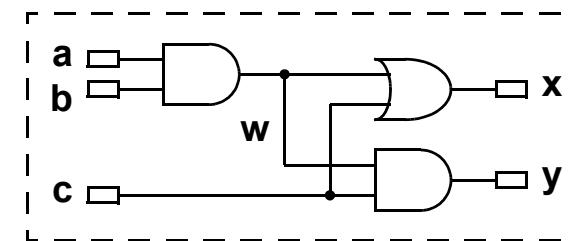
Näide – vektorid

- Lühis 0-ga

- $\delta^x_{w'} = w \cdot c'$ & $\delta^y_{w'} = w \cdot c$
- sisend - abc == 110
 - väljund x - 0 (peab olema 1)
 - väljund y - 0 (peab olema 0)
- sisend - abc == 111
 - väljund x - 1 (peab olema 1)
 - väljund y - 0 (peab olema 1)

- Lühis 1-ga

- $\delta^x_{w'} = w' \cdot c'$ & $\delta^y_{w'} = w' \cdot c$
- sisend - abc == 000
 - väljund x - 1 (peab olema 0)
 - väljund y - 0 (peab olema 0)
- sisend - abc == 001
 - väljund x - 1 (peab olema 1)
 - väljund y - 1 (peab olema 0)



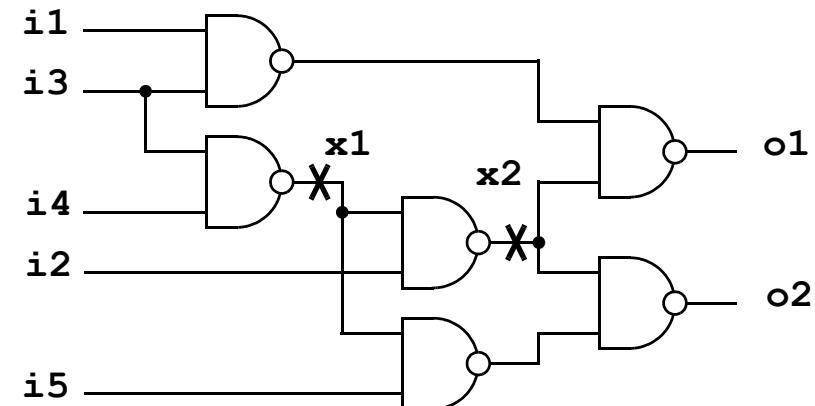


TTÜ 1918



Näide #2

- $x_1 = (i_3 \& i_4)'$
- $o_1 = ((i_1 \& i_3)' \& (i_2 \& x_1)')$
- $o_2 = ((i_5 \& x_1)' \& (i_2 \& x_1)')$
- $x_2 = (i_2 \& (i_3 \& i_4)')$
- $o_1 = (i_1 \& i_3)' \& x_2$
- $o_2 = (x_2 \& (i_5 \& (i_3 \& i_4)'))'$
- Lühis 0-ga - $\delta_{w'}^{x_w} = w \cdot (\partial x / \partial w) = x \oplus x_{w'}$ Lühis 1-ga - $\delta_w^x = w' \cdot (\partial x / \partial w) = x' \oplus x_w$
- $\delta_{x_1}^{o_1} = x_1 \cdot (\partial o_1 / \partial x_1); \quad \partial o_1 / \partial x_1 = o_{1x_1} \oplus o_{1x_1}'; \quad o_{1x_1} = i_1 i_3; \quad o_{1x_1}' = i_1 i_3 + i_2$
- $\partial o_1 / \partial x_1 = (i_1 i_3) \oplus (i_1 i_3 + i_2) = (i_1 i_3) (i_1 i_3 + i_2)' + (i_1 i_3)' (i_1 i_3 + i_2)$
- $\partial o_1 / \partial x_1 = i_1 i_3 i_2' (i_1' + i_3') + (i_1' + i_3') (i_1 i_3 + i_2) = i_1' i_2 + i_2 i_3'$
- $\delta_{x_1}^{o_1} = x_1 \cdot (\partial o_1 / \partial x_1) = (i_3 i_4)' (i_1' i_2 + i_2 i_3') = (i_3' + i_4') (i_1' i_2 + i_2 i_3') = i_2 i_3' + i_1' i_2 i_4'$



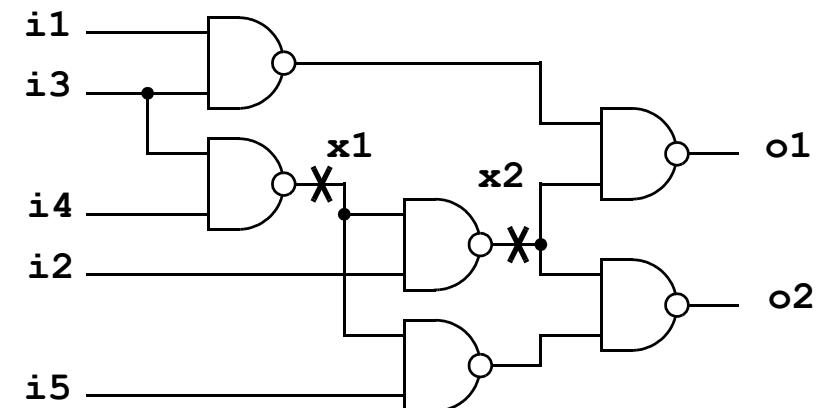


TTÜ 1918



Näide #2

- $x_1 = (i_3 \& i_4)'$
- $o_1 = ((i_1 \& i_3)' \& (i_2 \& x_1)')$
- $o_2 = ((i_5 \& x_1)' \& (i_2 \& x_1)')$
- $x_2 = (i_2 \& (i_3 \& i_4)')$
- $o_1 = (i_1 \& i_3)' \& x_2$
- $o_2 = (x_2 \& (i_5 \& (i_3 \& i_4)'))$



• Lühis 0-ga - $\delta_{w'}^{x_w} = w \cdot (\partial x / \partial w) = x \oplus x_w$

• Lühis 1-ga - $\delta_w^x = w' \cdot (\partial x / \partial w) = x' \oplus x_w$

- $\delta_{x_1}^{o_1} = x_1 \cdot (\partial o_1 / \partial x_1) = i_2 \bar{i}_3 + \bar{i}_1 i_2 \bar{i}_4 ;$
- $\delta_{x_1}^{o_2} = x_1 \cdot (\partial o_2 / \partial x_1) = i_2 \bar{i}_3 + i_2 \bar{i}_4 + \bar{i}_3 i_5 + \bar{i}_4 i_5 ;$
- $\delta_{x_2}^{o_1} = x_2 \cdot (\partial o_1 / \partial x_2) = \bar{i}_1 \bar{i}_2 + \bar{i}_2 \bar{i}_3 + \bar{i}_1 i_3 i_4 ;$
- $\delta_{x_2}^{o_2} = x_2 \cdot (\partial o_2 / \partial x_2) = \bar{i}_2 \bar{i}_5 + i_3 i_4 ;$

• $\delta_{x_1}^{o_1} = \bar{x}_1 \cdot (\partial o_1 / \partial x_1) = \bar{i}_1 i_2 i_3 i_4$

• $\delta_{x_1}^{o_2} = \bar{x}_1 \cdot (\partial o_2 / \partial x_1) = i_2 i_3 i_4 + i_3 i_4 i_5$

• $\delta_{x_2}^{o_1} = \bar{x}_2 \cdot (\partial o_1 / \partial x_2) = \bar{i}_1 i_2 \bar{i}_4 + i_2 \bar{i}_3 \bar{i}_4$

• $\delta_{x_2}^{o_2} = \bar{x}_2 \cdot (\partial o_2 / \partial x_2) = i_2 \bar{i}_3 \bar{i}_5 + i_2 \bar{i}_4 \bar{i}_5$



TTÜ 1918



Näide #2 – vektorid

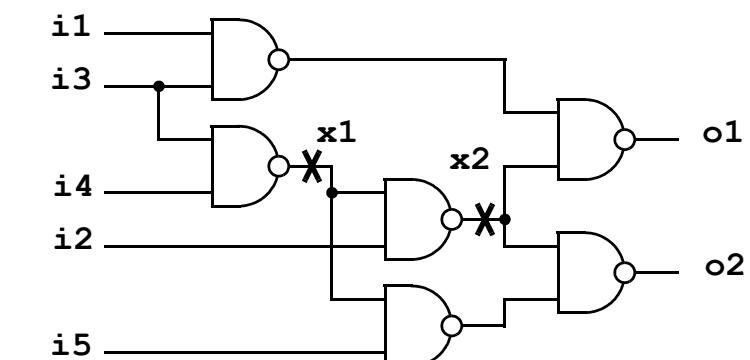
- $\delta_{x_1}^{o1} = x_1 \cdot (\partial o1 / \partial x_1) = i_2 \bar{i}_3 + \bar{i}_1 i_2 \bar{i}_4 ; \quad \delta_{x_1}^{o1} = \bar{x}_1 \cdot (\partial o1 / \partial x_1) = \bar{i}_1 i_2 i_3 i_4$
- $\delta_{x_1}^{o2} = x_1 \cdot (\partial o2 / \partial x_1) = i_2 \bar{i}_3 + i_2 \bar{i}_4 + \bar{i}_3 i_5 + \bar{i}_4 i_5 ; \quad \delta_{x_1}^{o2} = \bar{x}_1 \cdot (\partial o2 / \partial x_1) = i_2 i_3 i_4 + i_3 i_4 i_5$
- $\delta_{x_2}^{o1} = x_2 \cdot (\partial o1 / \partial x_2) = \bar{i}_1 \bar{i}_2 + \bar{i}_2 \bar{i}_3 + \bar{i}_1 i_3 i_4 ; \quad \delta_{x_2}^{o1} = \bar{x}_2 \cdot (\partial o1 / \partial x_2) = \bar{i}_1 i_2 \bar{i}_4 + i_2 \bar{i}_3 \bar{i}_4$
- $\delta_{x_2}^{o2} = x_2 \cdot (\partial o2 / \partial x_2) = \bar{i}_2 \bar{i}_5 + i_3 i_4 ; \quad \delta_{x_2}^{o2} = \bar{x}_2 \cdot (\partial o2 / \partial x_2) = i_2 \bar{i}_3 \bar{i}_5 + i_2 \bar{i}_4 \bar{i}_5$

i1...5	x1	o1	o2
-10--	1/0	1/0	1/0
01-0-	1/0	1/0	1/0
0111-	0/1	0/1	0/1

i1...5	x1	o1	o2
-10--	1/0	1/0	1/0
-1-0-	1/0	?/?	1/0
--0-1	1/0	?/0	1/0
--01	1/0	?/?	1/0
-111-	0/1	?/1	0/1
--111	0/1	?/?	0/1

i1...5	x2	o1	o2
00---	1/0	0/1	?/1
-00--	1/0	0/1	?/1
0-11-	1/0	0/1	0/1
01-0-	0/1	1/0	1/?
-100-	0/1	1/0	1/?

i1...5	x2	o1	o2
-0--0	1/0	?/1	0/1
--11-	1/0	?/1	0/1
-10-0	0/1	1/0	1/0
-1-00	0/1	1/?	1/0





TTÜ1918



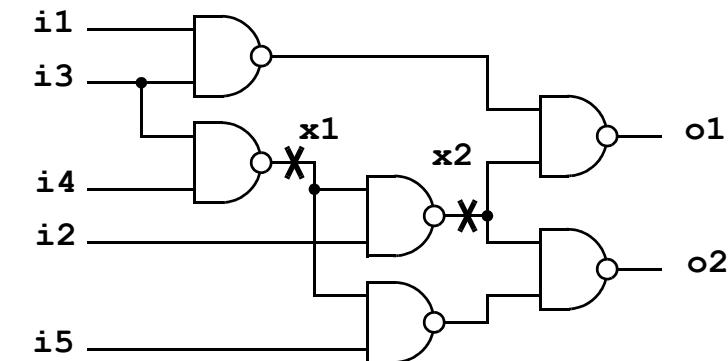
Näide #2 – vektorite pakkimine

i1...5	<u>x1</u>	<u>o1</u>	<u>o2</u>
-10--	1/0	1/0	1/0
01-0-	1/0	1/0	1/0
0111-	0/1	0/1	0/1

i1...5	<u>x2</u>	<u>o1</u>	<u>o2</u>
00---	1/0	0/1	?/1
-00--	1/0	0/1	?/1
0-11-	1/0	0/1	0/1
01-0-	0/1	1/0	1/?
-100-	0/1	1/0	1/?

i1...5	<u>x1</u>	<u>o1</u>	<u>o2</u>
-10--	1/0	1/0	1/0
-1-0-	1/0	?/?	1/0
--0-1	1/0	?/0	1/0
--01	1/0	?/?	1/0
-111-	0/1	?/1	0/1
--111	0/1	?/?	0/1

i1...5	<u>x2</u>	<u>o1</u>	<u>o2</u>
-0--0	1/0	?/1	0/1
--11-	1/0	?/1	0/1
-10-0	0/1	1/0	1/0
-1-00	0/1	1/?	1/0



i1...5	0	x1	1	0	x2	1
01000	*	.	.	.	*	
0111-	.	*	*	*	.	

- **Testimine** – vähim arv (osaliselt) kattuvaid vektoreid, et katta võimalikult palju rikkeid
 - Veel üks katte leidmise ülesanne!
- **Diagnostika** – unikaalsed vektorid rikete identifitseerimiseks
 - Ei leidu...



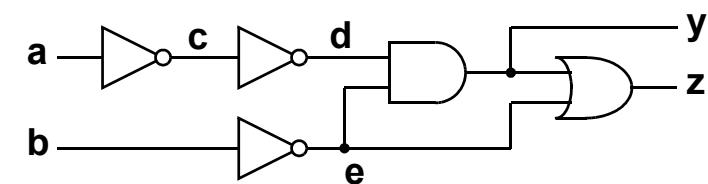
TTÜ1918



Viite minimeerimine ja testimine

Vääär topoloogiline kriitiline tee - näide

- Kõikidel loogikalülidel ühikviide
- Kõik sisendid valmis ajahetkel 0
- Pikim topoloogiline tee
 - (a,c,d,y,z) – viide 4
- Tõeline kriitiline tee
 - (a,c,d,y) – viide 3



Tundlik kriitiline tee

- Sündmus levib algusest lõpuni
- Mitte-tundlikud kriitilised teed on väärad (ja neid võib ignoreerida)

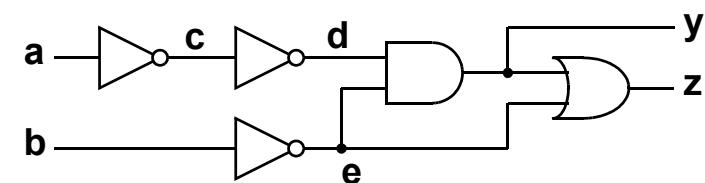


TTÜ1918



Dünaamiline tundlikkuse määramine

- Tee – $P = (v_0, v_1, \dots, v_m)$
- Sündmus levib mööda teed, kui $\partial f_{x_i} / \partial x_{i-1} = 1 \quad \forall i=1,2,\dots,m$
 - Kõrvalsisendid (side-inputs) - sisendid, mis pole teel
 - Boole'i diferentsiaal on funktsioon kõrval-sisenditest (mille väärтused võivad muutuda)
 - Boole'i diferentsiaal peab olema töene ajal, mil sündmus levib
- Tee - (a,c,d,y,z)
 - $\partial f_y / \partial d = e = 1$ ajahetkel 2
 - $\partial f_z / \partial y = e' = 1$ ajahetkel 3
 - ei ole dünaamiliselt tundlik,
sest e stabiliseerub ajahetkel 1
- Alternatiiv – staatiline tundlikkuse määramine
 - Lihtsustatud mudel – ajalisi tingimusi Boole'i diferentsiaali väärтuse jaoks ei eksisteeri
 - Oht – liiga väikeste viidete ennustamine





TTÜ1918



Automaatide testitavuse alused

- **Loogikafunktsoonid**
 - sisendid seatakse soovitud väärustele
 - väljundeid võrreldakse eeldatud väärustega
- **Mäluelementid**
 - sisendid seatakse soovitud väärustele
 - väljundeid võrreldakse eeldatud väärustega
- **Probleem!**
 - mäluelementide sisendid/väljundid pole üldjuhul otseselt seatavad/nähtavad
 - kaudne seadmine ja võrdlemine



TTÜ1918



Seade- ja kontrolljada

- **Automaadi seadejada**
 - sisendkombinatsioonide jada, mis viiks soovitud olekusse
 - lähteolekust soovitud olekusse
 - suvalisest olekust soovitud olekusse
 - **võimalik lahendus**
 - suvalisest olekust lähteolekusse
 - lähteolekust soovitud olekusse
- **Automaadi kontrolljada**
 - sisendkombinatsioonide jada, mis viitaks üheselt, et automaat oli mingis kindlas olekus (läbis mingit kindlat olekut)
 - eri olekud võivad genereerida sarnaseid väljundsignaale
 - eristatavad väljundkombinatsioonide jadad



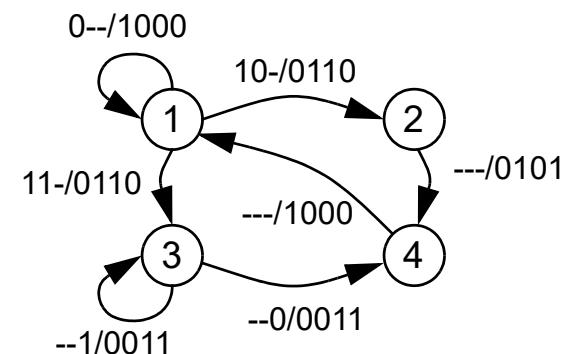
TTÜ1918



Seadejada – näide

- **Soovitud olek – 2**
 - $1 \rightarrow 2$: 1 takt, sisend “10-”
 - $1 \rightarrow 1$: 0 takti
 - $2 \rightarrow 1$: 2 takti, sisendjada “---”, “---”
 - $3 \rightarrow 1$: 2 takti, sisendjada “--0”, “---”
 - $4 \rightarrow 1$: 1 takt, sisendjada “---”
- **Ühepiikkused jadad vajalikud (ootab mõne takti olekus 1)**
 - $1 \rightarrow 1$: 2 takti, sisendjada “0--”, “0--”
 - $4 \rightarrow 1$: 2 takti, sisendjada “---”, “0--”
- **Ühepiikkuste sisendjadade ühisosa, pluss soovitud olekusse minekuks vajalik jada: “0-0”, “0--”, “10-”**
 - $1 \rightarrow 1 \rightarrow 1 \rightarrow 2$, $2 \rightarrow 4 \rightarrow 1 \rightarrow 2$,
 $3 \rightarrow 4 \rightarrow 1 \rightarrow 2$, $4 \rightarrow 1 \rightarrow 1 \rightarrow 2$

I	S ^t	S ^{t+1}	O
0 --	1	1	1 0 0 0
1 0 -		2	0 1 1 0
1 1 -		3	0 1 1 0
---	2	4	0 1 0 1
-- 0	3	4	0 0 1 1
-- 1		3	0 0 1 1
---	4	1	1 0 0 0





TTÜ1918



Sisse-ehitatud testitavus

- Lisavahendid mäluelementide otseseks seadmiseks
 - nihkeregistrid
 - spetsiaalsed testjadade sisendid ja väljundid
- Kasutusel nii kontroll-osa kui ka andme-osa puhul
- Täiendav riistvara
 - suureneb pindala
 - suureneb viide
 - suureneb voolutarve
 - ka täiendavaid osi tuleks testida
- Ainult osa mäluelemente on otseselt seatavad ja kontrollitavad
- **BIST – Built-In Self-Test**

