

Vastastikune induktsioon

Mõõtetehnikas ja raadiotehnikas kasutatakse sageli induktiivsuse sujuvaks muutmiseks vario-meetreid. Need koosnevad kahest poolist, mis on teineteise sisse nii kinnitatud, et ühtepoolidest võib nende ühise telje ümber pöörata. Niisugune seade võimaldab poolide jadaühenduse puhul sujuvalt muuta induktiivsust suuruselt $L_1 + L_2 + 2M_0$ pärilülituse puhul kuni suuruseni $L_1 + L_2 - 2M_0$ vastulülituse puhul. Suurus M_0 on poolide vastastikuse induktiivsuse absoluutväärtus nende keerdude tasandite ühtimise korral. Üleminek pärilülitusele toimub siis, kui poolide keerdude tasandid moodustavad täisnurga, kusjuures nende vastastikune induktiivsus selles asendis võrdub nulliga.

Vastastikuse induktsiooni nähtuse esinemisel vahelduvvooluliitahela eri harude või ühe ja selle sama haru eri osade vahel tuleb võrrandite koostamisel arvestada vastastikuse induktsiooni elektromotoorjõudude.

Olgu näiteks vastastikune induktiivsus kahe kontuuri harude vahel M , kusjuures voolud kontuurides on i_1 ja i_2 . Siis tuleb esimeses kontuuris peale kõigi teiste elektromotoorjõudude arvestada vastastikuse induktsiooni elektromotoorjõudu, mille siinusvoolu puhul võib esitada sümbolkujul ($-j\omega MI_2$). Võrrandi koostamisel teise kontuuri jaoks tuleb elektromotoorjõudude summasse arvata samuti vastastikuse induktsiooni elektromotoorjõud ($-j\omega MI_1$).

Märgime, et suurus M võib olla nii positiivne kui ka negatiivne. Voolude positiivsed suunad harudes valitakse vabalt. Kui harude poolid on vastastikku asetatud nii, et mõlema haru positiivse voolu korral on mõlema pooli endainduktsiooni ja vastastikuse induktsiooni vood samasuunalised, seega positiivsed, siis on $M > 0$. Kui aga poolid on asetatud nii, et positiivsete voolude korral on endainduktsiooni ja vastastikuse induktsiooni vood vastassuunalised, seega erinevate märkidega, siis $M < 0$.

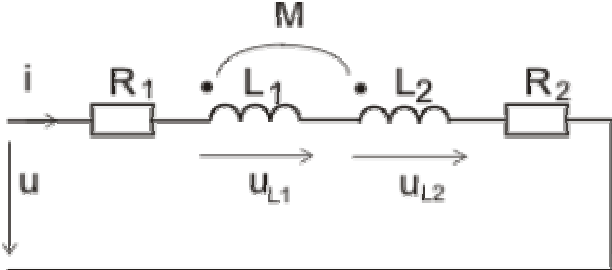
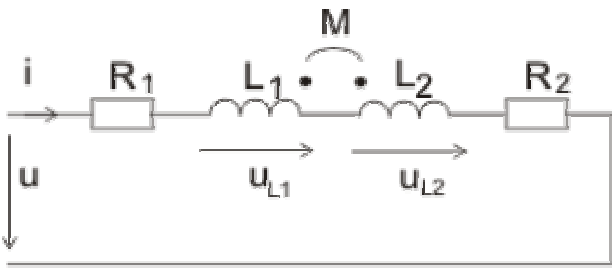
Näitena vaatleme jadaahelat, mis koosneb kahest omavahel induktiivselt sidestatud poolist. Seejuures läbib mõlemat pooli üks ja seesama vool i . Olgu poolide induktiivsused L_1 ja L_2 , nende vastastikune induktiivsus aga M . Nimetame poolide pärilülituseks juhtumit, kui endainduktsiooni ja vastastikuse induktsiooni vood on samasuunalised ($M > 0$). Vastulülituseks aga nimetame juhtumit, kui need vood on vastupidi suunatud ($M < 0$).

Kogu vaadeldavas ahelas indutseeritavate elektromotoorjõudude summa jaoks saame nii päri- kui ka vastulülituse puhul: $-j\omega L_1 \underline{I} - j\omega M \underline{I} - j\omega L_2 \underline{I} - j\omega M \underline{I} = -j\omega (L_1 + L_2 + 2M) \underline{I}$,

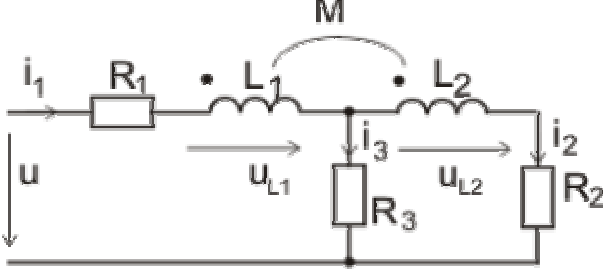
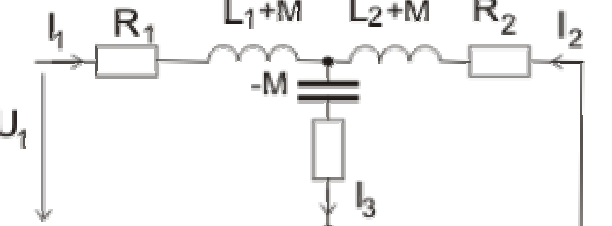
kus $L_{ekv} = L_1 + L_2 + 2M$ väljendab kogu ahela ekvivalentset induktiivsust.

Määrates mõõtmise teel ekvivalentsed induktiivsused poolide pärilülituse $L_{p\ddot{a}ri} = L_1 + L_2 + 2|M|$ ja vastulülituse $L_{vastu} = L_1 + L_2 - 2|M|$ puhul, saame välja arvutada nende vastastikuse induktsiooni absoluutväärtuse seosest $4|M| = L_{p\ddot{a}ri} - L_{vastu}$. Seejuures tuleb üleminek pärilülitusele vastulülitusele teha ühe pooli mähise otste ümberühendamise teel, mitte aga muuta poolide vastastikkust asendit.

Vastastikuse induktiivsusega ahela võrrandid

Hetkväärtused: $u = iR_1 + u_{L1} + u_{L2} + iR_2 =$ $= iR_1 + L_1 \frac{di}{dt} + M \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} + M \frac{di}{dt} + iR_2$ Komplekskujul: $\underline{U} = \underline{I}R_1 + j\omega L_1 \underline{I} + j\omega M \underline{I} + j\omega L_2 \underline{I} + j\omega M \underline{I} + \underline{I}R_2$ $\underline{U} = \underline{I}(R_1 + R_2 + j\omega(L_1 + L_2 + 2M))$	Pärilülitus 
Hetkväärtused: $u = iR_1 + u_{L1} + u_{L2} + iR_2 =$ $= iR_1 + L_1 \frac{di}{dt} - M \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} - M \frac{di}{dt} + iR_2$ Komplekskujul: $\underline{U} = \underline{I}R_1 + j\omega L_1 \underline{I} - j\omega M \underline{I} + j\omega L_2 \underline{I} - j\omega M \underline{I} + \underline{I}R_2$ $\underline{U} = \underline{I}(R_1 + R_2 + j\omega(L_1 + L_2 - 2M))$	Vastulülitus 

Vastastikuse induktiivsusega ahela teisendamine

Võrrandid komplekskujul: $\underline{U} = \underline{I}_1(R_1 + j\omega L_1) + \underline{I}_2 j\omega M + \underline{I}_3 R_3;$ $0 = \underline{I}_2(R_2 + j\omega L_2) + \underline{I}_1 j\omega M - \underline{I}_3 R_3;$ $\underline{I}_1 = \underline{I}_2 + \underline{I}_3$ Asendame 1. võrrandis $\underline{I}_2$ ja 2. võrrandis $\underline{I}_1$ $\underline{U} = \underline{I}_1(R_1 + j\omega L_1) + (\underline{I}_1 - \underline{I}_3) j\omega M + \underline{I}_3 R_3;$ $0 = \underline{I}_2(R_2 + j\omega L_2) + (\underline{I}_2 + \underline{I}_3) j\omega M - \underline{I}_3 R_3;$	
$\underline{U} = \underline{I}_1(R_1 + j\omega L_1 + j\omega M) - \underline{I}_3 j\omega M + \underline{I}_3 R_3; \text{ ehk } \underline{U} = \underline{I}_1[R_1 + j\omega(L_1 + M)] + \underline{I}_3 (R_3 - j\omega M)$ $0 = \underline{I}_2(R_2 + j\omega L_2 + j\omega M) + \underline{I}_3 j\omega M - \underline{I}_3 R_3; \text{ ehk } 0 = \underline{I}_2[R_2 + j\omega(L_2 + M)] - \underline{I}_3 (R_3 - j\omega M)$	
Saime nn ilma induktiivse sidestuseta võrrandid. Harudesse 1 ja 2 lisandus induktiivtakistus $j\omega M$ ja harusse 3 mahtuvuslik takistus $-j\omega M$.	
Näide. Leida voolud, kui $U = 100 \text{ V}$, $R_1 = 10 \Omega$, $L_1 = 0,3 \text{ H}$, $R_2 = 10 \Omega$, $L_2 = 0,3 \text{ H}$, $R_3 = 5 \Omega$, $k_{12} = 0,6$ ehk $M = k_{12}\sqrt{L_1 L_2} = 0,18 \text{ H}$, $\omega = 100 \text{ rad/s}$ $Z := \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ Z_1 & Z_M & Z_3 \\ Z_M & Z_2 & -Z_3 \end{pmatrix} \quad \underline{E} := \begin{pmatrix} 0 \\ U \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{I} := Z^{-1} \cdot \underline{E} \quad \underline{I} = \begin{pmatrix} 2.046 - 2.101i \\ -1.63 + 0.105i \\ 3.676 - 2.206i \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} I_0 = 2.933 & I_1 = 1.634 & I_2 = 4.287 \end{matrix}$ Kontroll $\arg(I_1) \cdot \frac{180}{\pi} = 176.329 \quad \arg(I_0) \cdot \frac{180}{\pi} = -45.761 \quad \arg(I_2) \cdot \frac{180}{\pi} = -30.964$ $U_1 := I_0 \cdot Z_1 + I_1 \cdot Z_M + I_1 \cdot Z_2 + I_0 \cdot Z_M \quad U_1 = 100$	

Induktiivne sidestus trafo näitel

Vastastikust induktsiooni omava lineaarse elektriiahela tähtsaks juhtumiks on südamikuta transformaatoreid.

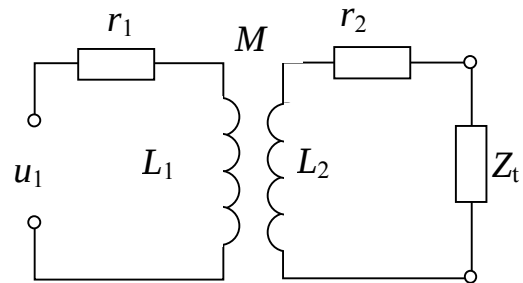
Olgu transformaatoreid ühe mähise – primaarmähise – klemmidele rakendatud pinge u_1 ja teise mähise – sekundaarmähise – klemmidele olgu ühendatud tarviti Z_t .

Tähistame mähiste aktiivtakistused r_1 ja r_2 , induktiivsused L_1 ja L_2 ning vastastikuse induktiivsuse M .

Saame kaks võrrandit

$$\underline{U}_1 = r_1 \underline{I}_1 + j\omega L_1 \underline{I}_1 - j\omega M \underline{I}_2$$

$$-j\omega M \underline{I}_1 = r_2 \underline{I}_2 + j\omega L_2 \underline{I}_2 + \underline{Z}_t \underline{I}_2$$

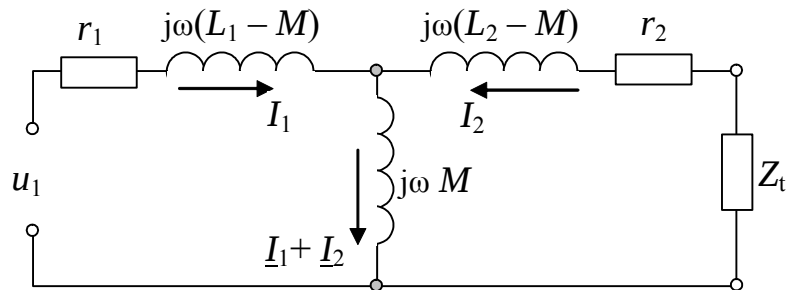


Lisame esimesse võrranditesse

liikmed $-j\omega M \underline{I}_1$ ja $+j\omega M \underline{I}_1$

ja teise võrranditesse liikmed

$-j\omega M \underline{I}_2$ ja $+j\omega M \underline{I}_2$ ja teisendame need võrrandid kujule:



$$\underline{U}_1 = r_1 \underline{I}_1 + j\omega(L_1 - M) \underline{I}_1 + j\omega M(\underline{I}_1 + \underline{I}_2)$$

$$0 = r_2 \underline{I}_2 + j\omega(L_2 - M) \underline{I}_2 + j\omega M(\underline{I}_1 + \underline{I}_2) + \underline{Z}_t \underline{I}_2$$

Seega võib trafot kujutada T-kujulise aseskeemiga, milles vastastikune induktsioon puudub. Tuleb silmas pidada, et kui M on suuruselt L_1 ja L_2 vahepealne, siis kas $L_1 - M$ või $L_2 - M$ on negatiivne.