

VI PEATÜKK

KOLMEFAASILINE VAHELDUVVOOL

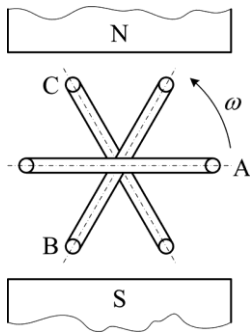
6.1 Mitmefaasilised süsteemid

Mitmefaasiliseks elektriakelaks nimetatakse sellist elektriliselt ühendatud vooluahelate süsteemi, milles energiaallikate elektromotoorjõud on ühesuguse sagedusega, kuid erinevad üksteisest algfaasi poolest. Mitmefaasilise elektriakela elektromotoorjõudude, pingete ja voolude süsteemi nimetatakse lühidalt mitmefaasiliseks süsteemiks.

Üksikuid vooluahelaid, mis üheskoos moodustavad mitmefaasilise elektriakela, nimetatakse selle akela faasideks.

Kõige sagedamini kasutatakse sümmeetrilisi mitmefaasilisi süsteeme, mille pinged on üksteisega suuruselt võrdsed ja nihutatud faasis võrdse nurga $2\pi/m$ võrra, kus m on faaside arv.

Praktikas on kõige laiemalt levinud kolmefaasiline süsteem. Kõige lihtsama kolmefaasilise elektromotoorjõu generaatorina võib vaadelda seadet, mis koosneb kolmest raamikujulisest poolist või mähiskeerust, mis pöörlevad homogeenses magnetväljas (näiteks püsिमagnetite vahel) ühtlase nurkkiirusega ω (joonis 6.1). Poolid on üksteisest nihutatud 120° võrra. Neid pooli nimetatakse generaatori faasideks.



Joonis 6.1. Generaatori kolme faasi mähiskeerud pöörlevad homogeenses magnetväljas.

Igas mähispoolis ehk faasis indutseeritakse omaette elektromotoorjõud. Aga kuna poolid on üksteise suhtes ruumiliselt nihutatud nurga 120° võrra, s.o $1/3$ ringi võrra, siis ka vastavad elektromotoorjõud A-, B- ja C-faasis on üksteise suhtes nihutatud vastavalt $2\pi/3$ või $T/3$ võrra.

Kui algmomentiks $t=0$ lugeda seda ajahetke, mil esimese pooli tasapind on risti magnetväljaga, siis selle pooli, s.o A-faasi emj avaldub võrrandiga

$$e_A = E_m \sin \omega t \quad (6.1)$$

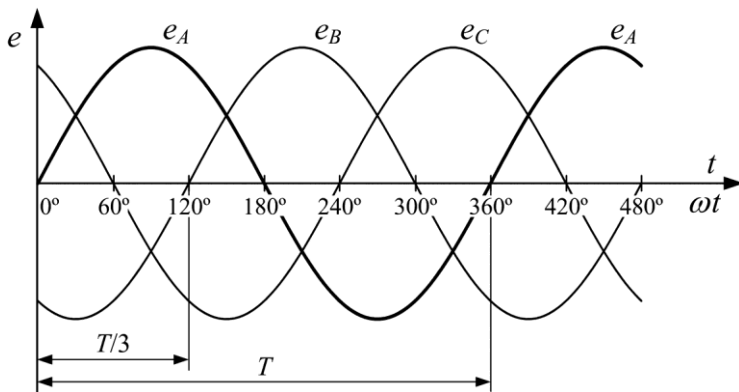
ja kahe ülejäänud pooli ehk faasi elektromotoorjõud jäävad temast faasis maha nurga $2\pi/3$ ja $2 \times 2\pi/3$ võrra ning on vastavalt

$$e_B = E_m \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \quad (6.2)$$

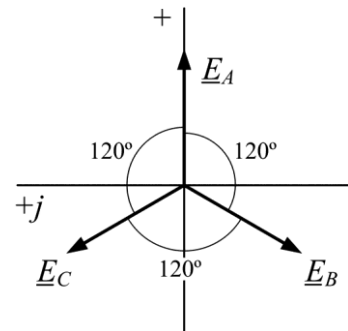
ja

$$e_C = E_m \sin \left(\omega t - 2 \cdot \frac{2\pi}{3} \right). \quad (6.3)$$

Vastav elektromotoorjõudude ajagraafik (hetkväärtused) on joonisel 6.2a.



a)



b)

Joonis 6.2. Generaatori kolme faasimähise elektromotoorjõudude ajaline graafik ja vektordiagramm.

Kujutades neid faasielektromotoorjõude kompleksstasandi vektoritena ja võttes A-faasi emj-vektori reaalteljesuunalisena, s.o algfaas $\varphi_A > 0^\circ$, saame sümmeetrilist kolmefaasilist süsteemi kirjeldavad elektromotoorjõudude kompleksid:

$$\underline{E}_A = \underline{E}; \quad \underline{E}_B = \underline{E} \cdot e^{-j\frac{2\pi}{3}}; \quad \underline{E}_C = \underline{E} \cdot e^{-j\frac{4\pi}{3}} = \underline{E} \cdot e^{j\frac{2\pi}{3}}. \quad (6.4)$$

Kolmefaasilise süsteemi vektorite kujutamiseks kasutame sageli 90° pööratud kompleksstasandit, nii tuleb pilt sümmeetrilisem (joonis 6.2b).

Tähistame kompleksse kordaja $e^{j\frac{2\pi}{3}}$ teisiti:

$$a = e^{j\frac{2\pi}{3}} = \cos \frac{2\pi}{3} + j \sin \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2}. \quad (6.5)$$

Seda nimetatakse vektori pöördeoperaatoriks nurga $2\pi/3$ võrra positiivses suunas. Siit tulenevalt

$$a^2 = e^{j\frac{4\pi}{3}} = -\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad a^3 = e^{j\frac{6\pi}{3}} = 1, 0; \quad a^4 = a; \quad 1 + a + a^2 = 0.$$

Järelikult võime kolmefaasilise sümmeetrilise süsteemi elektromotoorjõud avaldada teisiti:

$$\underline{E}_A = \underline{E}; \quad \underline{E}_B = a^2 \underline{E}; \quad \underline{E}_C = a \underline{E} \quad (6.6)$$

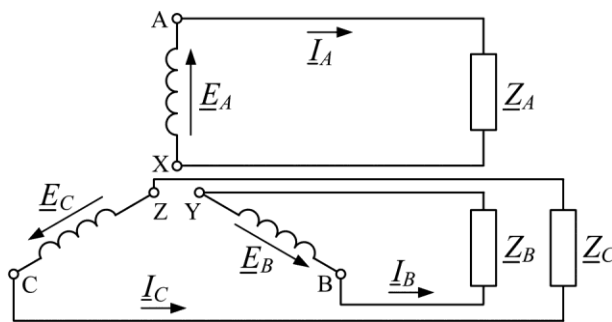
ning seega

$$\underline{E}_A + \underline{E}_B + \underline{E}_C = \underline{E}(1 + a^2 + a) = 0. \quad (6.7)$$

Seega sümmeetrilise süsteemi elektromotoorjõudude vektorite summa võrdub nulliga. See tähendab, et igal ajahetkel ka elektromotoorjõudude hetkväärtuste summa on null, mis nähtub aja-graafikust.

Faasimähiste algusklemme tähistame skeemidel A, B, C, lõpuklemme X, Y, Z (vt joonis 6.3). Elektromotoorjõu suund on $A \rightarrow X$ jne. Samas suunas on tavaliselt ka voolude positiivsed suunad (generaatorist tarbijasse).

Kui kõikides faasides on võrdsed koormustakistused $\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = \underline{Z}e^{j\varphi}$, siis sümmeetriliste elektromotoorjõudude korral on ka voolud sümmeetrilised, s.o võrdse suurusega ja nihutatud nurga 120° võrra:



Joonis 6.3. Kolme faasimähise ühendamine tarbija koormustakistustega.

$$i_A = I_m \sin(\omega t - \varphi);$$

$$i_B = I_m \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3} - \varphi\right);$$

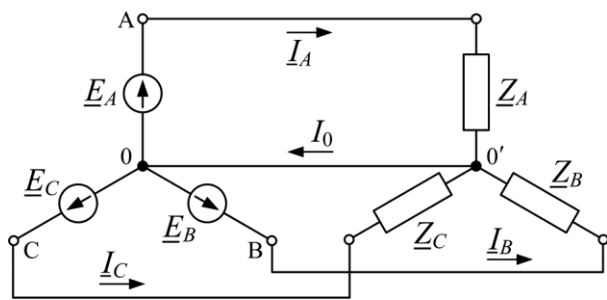
$$i_C = I_m \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3} - \alpha\right).$$

Seega ka

$$\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 0. \quad (6.8)$$

6.2 Kolme faasi tähtühendus

Kui ühendada omavahel kokku generaatori faasimähiste lõpud (X, Y, Z), aga samuti ka tarbija, s.o koormustakistuste $\underline{Z}_A$, $\underline{Z}_B$ ja $\underline{Z}_C$ lõpud, siis saame kolmefaasilise sidestatud süsteemi (s.o faasid on omavahel elektriliselt sidestatud). Generaatori ja tarbija faasimähiste kokkuühendatud ühispunkti nimetatakse nullpunktiks. Sellist sidestatud süsteemi nimetatakse kolmefaasiliseks tähtühenduseks (joonis 6.4).



Joonis 6.4. Kolmefaasiline tähtühendus.

Eeliseks tähtühenduse korral on see, et generaatori ja tarbija vahelisteks ühendusteks on vaja vaid nelja juhet, samal ajal kui eraldatud faaside korral on vaja kuut juhet. Tarbija töötingimused sellest ei muutu, sest tarbija faasidele on sel teel lülitatud otseselt generaatori faasipinge, seega $U_{gf} = U_{tf}$.

Sellist nulljuhtmega tähtühendust nimetatakse ka neljajuhtmelisteks tähtühenduseks.

Vastavalt Kirchhoffi I seadusele võrdub nulljuhtme vool faasivoolude (geomeetrilise) summaga:

$$\underline{I}_0 = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C. \quad (6.9)$$

Sümmeetrilise süsteemi korral, st kui nii faasi toitepinged kui ka tarbijatakistused ja -pinged on sümmeetrilised, peab vastavalt avaldisele (6.8) olema

$$\underline{I}_0 = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 0. \quad (6.10)$$

Nagu näeme, ei muutu sellisel juhul ahelas midagi, kui nulljuhe ära jätta. Nii saame 3-juhtmelist tähtühenduse. Sellisel juhul on igal ajahetkel faasivoolude hetkväärtuste algebraline summa null, s.o mingi faasi kaudu tarbijatele suunduv vool on võrdne samal ajahetkel tarbijatelt teise kahe faasi kaudu generaatorisse tagastuvate voolude summaga.

Muidugi on see võimalik vaid võrdsete faasitakistuste väärtuste korral tarbijal, st kui $\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C$ ehk sümmeetrilisel koormusel. Vastasel juhul tarbija faasipinged ei võrdu enam generaatori faasipingetega, s.o $U_{A0'} \neq U_{A0}$ jne.

Faasipingeks nimetatakse pinget faasi alguse ja lõpu vahel, liinipinge on aga pinge kahe faasi alguse vahel (s.o kahe liini vahel).

Faasivooluks nimetatakse voolu generaatori või tarbija faasis, liinivooluks aga voolu liini (faasi) juhtmes.

Tähistame generaatori faaside alguspunktide komplekspotentsiaale:

$$\underline{\varphi}_A = \underline{U}_A; \quad \underline{\varphi}_B = \underline{U}_B; \quad \underline{\varphi}_C = \underline{U}_C.$$

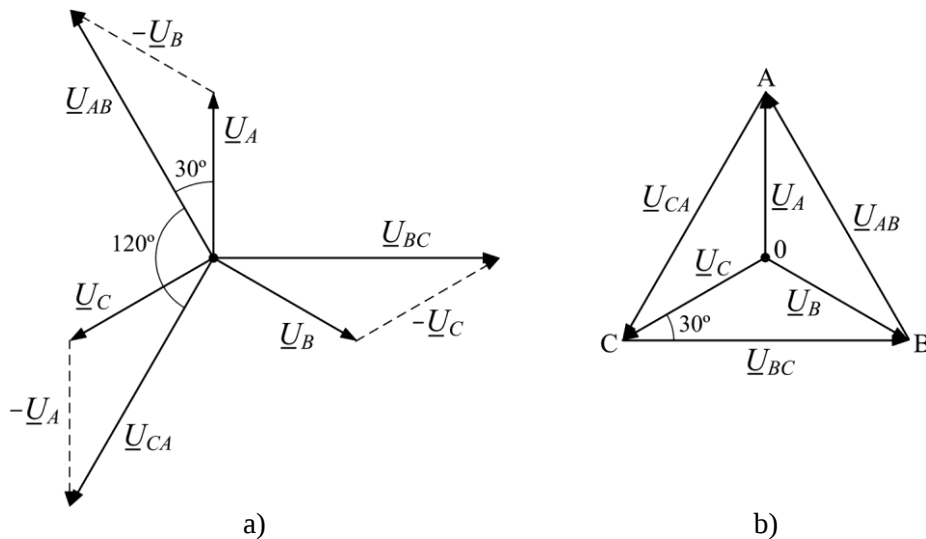
Kui generaatori nullpunkti potentsiaal lugeda nulliks (maandamisel $\underline{\varphi}_0 = 0$), siis faasipinged avalduvad:

$$\left. \begin{aligned} \underline{U}_{A0} &= \underline{\varphi}_A - \underline{\varphi}_0 = \underline{U}_A; \\ \underline{U}_{B0} &= \underline{\varphi}_B - \underline{\varphi}_0 = \underline{U}_B; \\ \underline{U}_{C0} &= \underline{\varphi}_C - \underline{\varphi}_0 = \underline{U}_C. \end{aligned} \right\} \quad (6.11)$$

Ka liinipinged avalduvad potentsiaalide vahena:

$$\left. \begin{aligned} \underline{U}_{AB} &= \underline{\varphi}_A - \underline{\varphi}_B = \underline{U}_A - \underline{U}_B; \\ \underline{U}_{BC} &= \underline{\varphi}_B - \underline{\varphi}_C = \underline{U}_B - \underline{U}_C; \\ \underline{U}_{CA} &= \underline{\varphi}_C - \underline{\varphi}_A = \underline{U}_C - \underline{U}_A. \end{aligned} \right\} \quad (6.12)$$

Seega liinipinged on võrdsed faasipingete vahega. Vektordiagramm ühel ja teisel kujul faasi- ja liinipingetele (topograafilised diagrammid) on esitatud joonisel 6.5.



Joonis 6.5. Liinipingete ja faasipingete vahelised seosed vektordigrammina.

Sümmeetrilise faasipingete süsteemi korral saame ka sümmeetrilise liinipingete süsteemi, liinipinged moodustavad diagrammile suletud kolmnurga. Sümmeetrilise süsteemi puhul saame topograafilise vektordigrammi võrdhaarsest kolmnurgast B0C seose liinipinge absoluutväärtuse $U_l = U_{BC}$ ja faasipinge absoluutväärtuse $U_f = U_B = U_C$ vahel:

$$U_l = 2U_f \cos 30^\circ = 2U_f \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}U_f,$$

s.o

$$U_l = \sqrt{3}U_f. \quad (6.13)$$

Kuna tähtühenduse puhul on generaatori faasijuhtmed, liinijuhtmed ja tarbija faasijuhtmed üksteisega jadaühenduses, siis voolab neis kõigis võrdne vool, seega

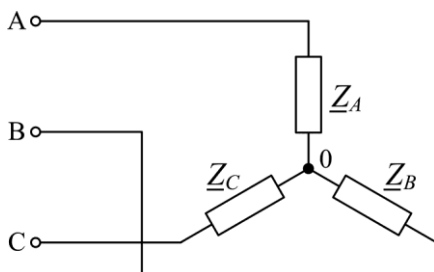
$$I_l = I_f. \quad (6.14)$$

Kui nulljuhtme takistus $Z_0 \approx 0$, siis generaatori 0-punkt ja tarbija 0'-punkt on praktiliselt kokkulangevad. Seega tekib kolm iseseisvat kontuuri, mille voolud avalduvad järgmiselt:

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{E}_A}{\underline{Z}_A} = \frac{\underline{U}_{A0}}{\underline{Z}_A}; \quad \underline{I}_B = \frac{\underline{U}_{B0}}{\underline{Z}_B}; \quad \underline{I}_C = \frac{\underline{U}_{C0}}{\underline{Z}_C}; \quad \underline{I}_0 = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C.$$

Kui faaside takistused võrdsed, siis $\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C$ ja $\underline{I}_0 = 0$.

NÄIDE:



Antud:

$$\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = 6 + j8 \, \Omega$$

$$\text{Liinipinge } U_l = 380 \text{ V}$$

Leida:

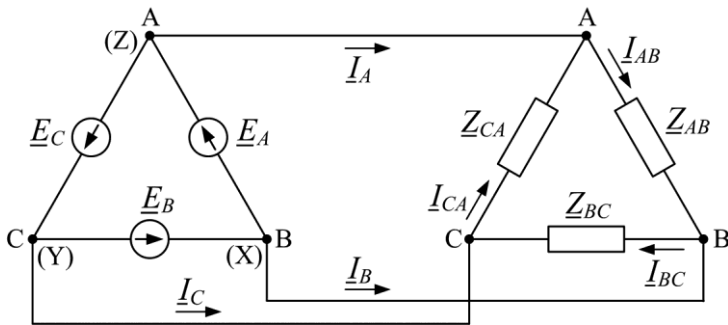
Liinivool I_l

$$U_f = \frac{U_l}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ V};$$

$$I_l = I_f = \frac{U_f}{Z_f} = \frac{220}{\sqrt{6^2 + 8^2}} = 22 \text{ A}.$$

6.3 Kolme faasi kolmnurkühendus

Generaatori faaside ühendamisel kolmnurka ühendame omavahel faasimähise alguse eelmise faasi mähise lõpuga – A-Z; B-X; C-Y (joonis 6.6). Saame suletud kolmnurga. Sellisel juhul sümmeetrilise generaatori mähiste omavahelisel ühendamisel (ilma tarbijata) on vool nendes null, kuna sümmeetriliste faasielektromotoorjõudude summa on null.



Joonis 6.6. Generaatori faasimähiste ja tarbija takistuste kolmnurkühendus.

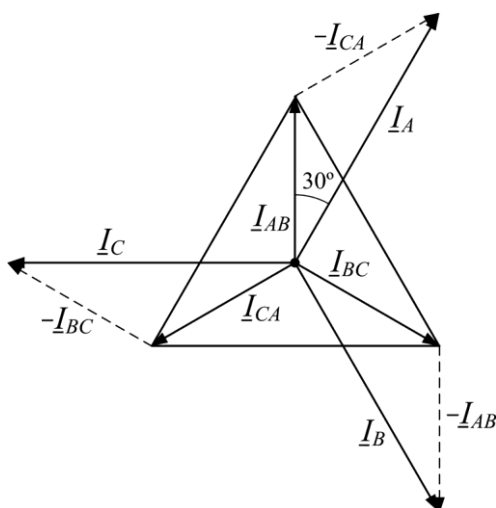
Ühendades ka tarbija kolmnurka, selgub, et nii generaatori kui ka tarbija faasipinged on ühtlasi ka liinipingedeks ($U_l = U_f$), kuna faasid on ühendatud otseselt liinijuhtmete vahele. Kuid liini- ja faasivoolud on üksteisest erinevad. Vastavalt joonisel valitud voolusuundadele saame Kirchhoffi I seaduse põhjal:

$$\left. \begin{aligned} \underline{I}_A &= \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{CA} ; \\ \underline{I}_B &= \underline{I}_{BC} - \underline{I}_{AB} ; \\ \underline{I}_C &= \underline{I}_{CA} - \underline{I}_{BC} . \end{aligned} \right\} \quad (6.15)$$

Seega liinivoolud võrduvad faasivoolude (geomeetrilise) vahega. Näeme ka, et liinivoolude geomeetriline summa kolmnurkühenduses võrdub nulliga:

$$\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 0 .$$

Sümmeetrilise tarbija ja generaatori korral on faasivoolude süsteem sümmeetriline, seega ka liinivoolude süsteem on sümmeetriline. Seejuures liinivoolude diagramm on faasivoolude omast nihutatud 30° võrra (vt joonis 6.7).



Joonis 6.7. Kolmnurkühenduse faasi- ja liinivoolude vektordiagramm.

Liini- ja faasivoolude absoluutväärtuste vahetegur on määratav võrdhaarsest kolmnurgast:

$$I_l = 2I_f \cos 30^\circ = \sqrt{3}I_f ,$$

seega

$$I_l = \sqrt{3}I_f . \quad (6.16)$$

Liini- ja faasipinged on aga võrdsed:

$$U_l = U_f . \quad (6.17)$$

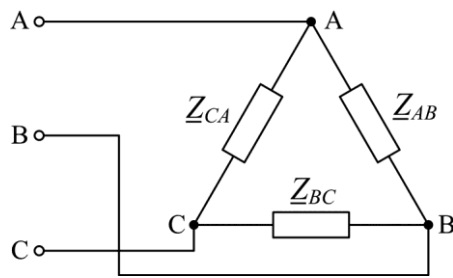
$$\underline{I}_{AB} = \frac{\underline{U}_{AB}}{\underline{Z}_{AB}} = \underline{U}_{AB} \cdot \underline{Y}_{AB} ;$$

$$\underline{I}_{BC} = \frac{\underline{U}_{BC}}{\underline{Z}_{BC}} = \underline{U}_{BC} \cdot \underline{Y}_{BC} ;$$

$$\underline{I}_{CA} = \frac{\underline{U}_{CA}}{\underline{Z}_{CA}} = \underline{U}_{CA} \cdot \underline{Y}_{CA} .$$

Kui liinijuhtmete takistusi mitte arvestada, siis on tarbija faasipinged võrdsed generaatori faasipingetega ja faaside töö ei sõltu üksteisest.

NÄIDE:



Antud:

$$\underline{Z}_{AB} = \underline{Z}_{BC} = \underline{Z}_{CA} = 16 + j12 \, \Omega = 20 \angle 36,87^\circ$$

$$\text{Liinipinge } U_l = 220 \, \text{V}$$

Leida:

$$\text{Liinivool } I_l$$

$$U_f = U_l = 220 \, \text{V}; \quad I_f = \frac{U_f}{Z_f} = \frac{220}{\sqrt{16^2 + 12^2}} = \frac{220}{20} = 11 \, \text{A};$$

$$I_l = \sqrt{3} I_f = \sqrt{3} \cdot 11 = 19,1 \, \text{A}.$$

6.4 Võimsus kolmefaasilises süsteemis

Kolmefaasilise sümmeetrilise süsteemi võimsust tähtühenduse korral saab avaldada:

$$p = p_A + p_B + p_C = e_A i_A + e_B i_B + e_C i_C, \quad (6.18)$$

kus

$$\begin{aligned} e_A &= \sqrt{2} E \sin \omega t; & i_A &= \sqrt{2} I \sin(\omega t - \varphi); \\ e_B &= \sqrt{2} E \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right); & i_B &= \sqrt{2} I \sin\left(\omega t - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right); \\ e_C &= \sqrt{2} E \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right); & i_C &= \sqrt{2} I \sin\left(\omega t - \varphi - \frac{4\pi}{3}\right). \end{aligned}$$

Asendame need elektromotoorjõudude ja voolude hetkväärtuste avaldised võimsuse hetkväärtuse avaldistesse:

$$\left. \begin{aligned} p_A &= 2EI \sin \omega t \sin(\omega t - \varphi) = EI \cos \varphi - EI \cos(2\omega t - \varphi); \\ p_B &= 2EI \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \sin\left(\omega t - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right) = EI \cos \alpha - EI \cos\left(2\omega t - \varphi - \frac{4\pi}{3}\right); \\ p_C &= 2EI \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \sin\left(\omega t - \varphi - \frac{4\pi}{3}\right) = EI \cos \varphi - EI \cos\left(2\omega t - \varphi + \frac{4\pi}{3}\right). \end{aligned} \right\} \quad (6.19)$$

Liites need avaldised kokku, saame

$$p = p_A + p_B + p_C = 3EI \cos \varphi + 0.$$

Seega kolmefaasilise sümmeetrilise süsteemi hetkvõimsus ei sõltu ajahetkest ja võrdub üksikute faaside aktiivvõimsuste summaga, s.o võrdub kogu süsteemi aktiivvõimsusega P :

$$p = 3EI \cos \varphi = 3P_f = P = \text{const}. \quad (6.20)$$

Selliseid mitmefaasilisi süsteeme, mille hetkväärtus ei sõltu ajast, nimetatakse tasakaalustatud süsteemideks. Kui aga hetkvõimsuse väärtus muutub ajas, siis see on tasakaalustamata süsteem.

Analoogilised seosed võib välja tuua ka kolmnurkühenduses 3-faasilise ahela kohta. Seetõttu, asendades üldjuhtumil faasielektromotoorjõu e_f faasipingega u_f , saame 3-faasilise sümmeetrilise süsteemi jaoks sõltumata ühendusviisist võimsuse üldavaldise:

$$P = 3P_f = 3U_f I_f \cos \varphi. \quad (6.21)$$

Arvestades, et tähtühenduse korral

$$U_f = \frac{U_l}{\sqrt{3}}; \quad I_f = I_l$$

ja kolmnurkühenduse korral

$$U_f = U_l; \quad I_f = \frac{I_l}{\sqrt{3}},$$

saame üldjuhul võimsuse jaoks avaldise:

$$P = \sqrt{3} U_l I_l \cos \varphi. \quad (6.22)$$

Tavaliselt jäetakse liinivoolu ja -pinge tähistes indeks l ära, siis saame

$$P = \sqrt{3} UI \cos \varphi. \quad (6.23)$$

Analoogiliselt avaldub ka reaktiivvõimsus:

$$Q = 3U_f I_f \sin \varphi = \sqrt{3} UI \sin \varphi. \quad (6.24)$$

Siis sümmeetrilise kolmefaasilise süsteemi kogu- ehk näivvõimsus avaldub

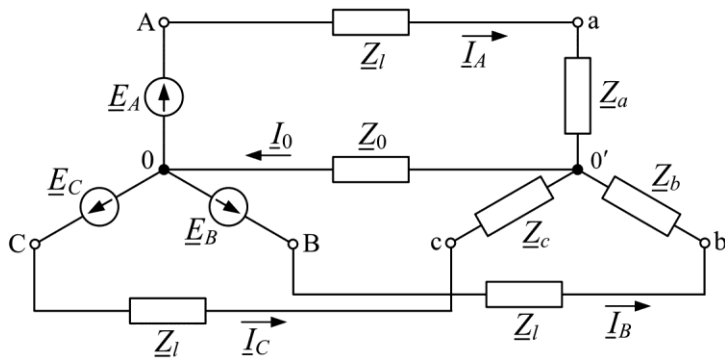
$$S = \sqrt{3} UI. \quad (6.25)$$

6.5 Mittesümmeetriliste kolmefaasiliste ahelate arvutamine

A Tähtühendus

Kolmefaasiline ahel kujutab endast keerukat elektriahat, milles tegutseb kolm elektromotoorjõu allikat. Sealjuures võib kolmefaasilise generaatori mõju tarbijale asendada kolme sõltumatult toimiva emj mõjuga, millest igaüks omab teatud algfaasinihet ja mis on üksteisest faasis nihutatud 120° võrra.

Kolmefaasilise ahela arvutamiseks sobivad kõik meetodid, mida keeruka vahelduvvooluahela arvutamisel kasutatakse. Järgnevalt vaatleme joonisel 6.8 näidatud kolmefaasilise tähtühenduses ahela (mittesümmeetriline koormus) arvutust, siin $\underline{Z}_l$ on liinijuhtme takistus; $\underline{Z}_0$ nulljuhtme takistus ning $\underline{Z}_a$, $\underline{Z}_b$ ja $\underline{Z}_c$ vastavalt faasitakistused.



Joonis 6.8. Kolmefaasiline tähtühenduses generaatori ja tarbija elektriahel mittedümmeetrilise koormuse korral.

Ebasümmeetrilise koormuse korral $I_0 \neq 0$ ja seega tekib punktide $0'$ ja 0 vahel pinge $\underline{U}_{0'0} = \underline{Z}_0 \underline{I}_0$.

Kuna elektriahel sisaldab vaid kahte sõlme, on otstarbekas lahendamiseks kasutada sõlmepingemeetodit. Maandades tinglikult 0 -punkti ($\varphi_0 = 0$), saame kirjutada

$$\underline{U}_{0'0} = \frac{\underline{E}_A \underline{Y}_A + \underline{E}_B \underline{Y}_B + \underline{E}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C + \underline{Y}_0}, \quad (6.26)$$

kus

$$\underline{Y}_A = \frac{1}{\underline{Z}_a + \underline{Z}_l}; \quad \underline{Y}_B = \frac{1}{\underline{Z}_b + \underline{Z}_l}; \quad \underline{Y}_C = \frac{1}{\underline{Z}_c + \underline{Z}_l}; \quad \underline{Y}_0 = \frac{1}{\underline{Z}_0}.$$

Siinjuures pole arvesse võetud generaatori mähiste sisetakistusi, st need loeme nulliks. Kui see nii pole, võib need takistused lisada liinitakistustele.

Kui generaatori faasitakistused puuduvad, siis faasielektromotoorjõud võrduvad faasipingetega generaatori klemmidel ja valem (6.26) omandab kuju

$$\underline{U}_{0'0} = \frac{\underline{U}_A \underline{Y}_A + \underline{U}_B \underline{Y}_B + \underline{U}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C + \underline{Y}_0}. \quad (6.26a)$$

Kui pinge $\underline{U}_{0'0}$ on määratud, on lihtne leida voolud:

$$\left. \begin{aligned} \underline{I}_0 &= \underline{U}_{0'0} \underline{Y}_0; \\ \underline{I}_A &= (\underline{U}_A - \underline{U}_{0'0}) \underline{Y}_A; \\ \underline{I}_B &= (\underline{U}_B - \underline{U}_{0'0}) \underline{Y}_B; \\ \underline{I}_C &= (\underline{U}_C - \underline{U}_{0'0}) \underline{Y}_C. \end{aligned} \right\} \quad (6.27)$$

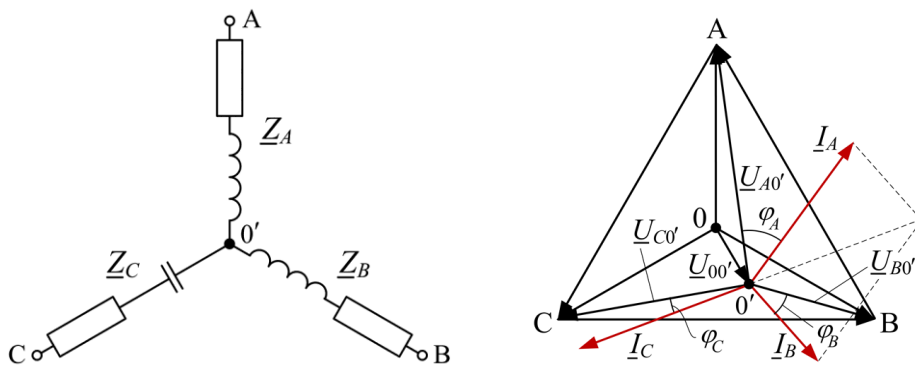
Kolmejuhtmelise tähtühenduses süsteemi korral (kui puudub nulljuhe, s.o $\underline{Y}_0 = 0$) toimub arvutamine analoogiliselt.

Kui algandmetena on antud liinipinged generaatori klemmidel ja nulljuhe puudub ($\underline{Y}_0 = 0$), siis saab tarbija faasipinged ja -voolud määrata järgmiselt (joonis 6.9):

$$\left. \begin{aligned} \underline{U}_{A0'} &= \underline{U}_A - \underline{U}_{0'0} = \underline{U}_A - \frac{\underline{U}_A \underline{Y}_B + \underline{U}_B \underline{Y}_B + \underline{U}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C} \\ &= \frac{\underline{Y}_B (\underline{U}_A - \underline{U}_B) + \underline{Y}_C (\underline{U}_A - \underline{U}_C)}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C} = \frac{\underline{U}_{AB} \underline{Y}_B - \underline{U}_{CA} \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C}; \\ \underline{U}_{B0'} &= \frac{\underline{U}_{BC} \underline{Y}_C - \underline{U}_{AB} \underline{Y}_A}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C}; \\ \underline{U}_{C0'} &= \frac{\underline{U}_{CA} \underline{Y}_A - \underline{U}_{BC} \underline{Y}_B}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C}. \end{aligned} \right\} \quad (6.28)$$

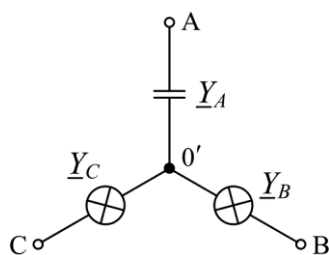
Edasi saab määrata voolud:

$$\left. \begin{aligned} \underline{I}_A &= \underline{U}_{A0'} \underline{Y}_A; \\ \underline{I}_B &= \underline{U}_{B0'} \underline{Y}_B; \\ \underline{I}_C &= \underline{U}_{C0'} \underline{Y}_C. \end{aligned} \right\} \quad (6.29)$$



Joonis 6.9. Kolmefaasilise mittesümmeetrilise tarbija aseskeem ja vastav vektordiagramm.

Mittesiinuselise koormuse erijuhtumina vaatleme joonisel 6.10 näidatud seadet (skeemi) faasi-järjestuse määramiseks. See koosneb kahest võrdse võimsusega hõõglambist ja mahtuvusest C.



Joonis 6.10. Skeem praktiliseks faasijärjestuse määramiseks.

Olgu $\underline{Y}_A = j\omega C = j\alpha$ ja võtame ka lambijuhtivused $\underline{Y}_B = \underline{Y}_C = 1/r = \alpha$, aga generaatori faasipinged moodustagu sümmeetrilise süsteemi

$$\underline{U}_A = \underline{U}_f ; \quad \underline{U}_B = a^2 \underline{U}_f ; \quad \underline{U}_C = a \underline{U}_f .$$

Siis

$$\begin{aligned} \underline{U}_{0'0} &= \frac{\underline{U}_A \underline{Y}_A + \underline{U}_B \underline{Y}_C + \underline{U}_C \underline{Y}_B}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C} = \frac{\underline{U}_f (j\alpha) + \alpha^2 \underline{U}_f \alpha + a \underline{U}_f \alpha}{j\alpha + 2\alpha} \\ &= \frac{\underline{U}_f [(a^2 + a) + j]}{2 + j} = \underline{U}_f \frac{(-1 + j)}{5} (2 - j) = (-0,2 + j0,6) \underline{U}_f . \end{aligned}$$

Seega pinged lampidel oleks:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{B0'} &= \underline{U}_B - \underline{U}_{0'0} = a^2 \underline{U}_f - (-0,2 + j0,6) \underline{U}_f \\ &= \underline{U}_f \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} + 0,2 - j0,6 \right) \\ &= (-0,3 - j1,466) \underline{U}_f = 1,54 \angle -101^\circ 30' \underline{U}_f ; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_{C0'} &= \underline{U}_C - \underline{U}_{0'0} = a \underline{U}_f - (-0,2 + j0,6) \underline{U}_f \\ &= (-0,3 + j0,267) \underline{U}_f = 0,403 \angle 138^\circ \underline{U}_f . \end{aligned}$$

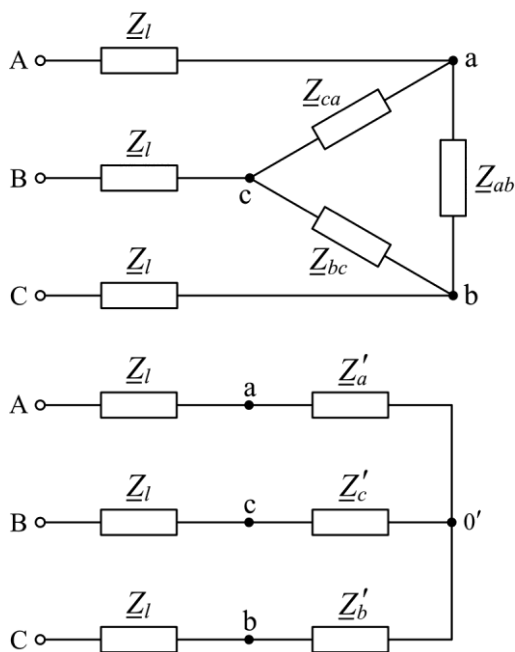
Lampide pingete erinevus on

$$\frac{U_{B0'}}{U_{C0'}} = \frac{1,54 U_f}{0,403 U_f} = 3,75 .$$

Seega kui faasis A on mahtuvus C, siis faasis B põleb lamp heledamalt ja faasis C tuhmimalt.

B Mittesümmeetriline kolmnurkühendus

Kui mitte arvestada liinijuhtmete takistusi, töötavad kolmnurkühenduses faasid sõltumatutena ega mõjuta üksteist. Mõju üksteisele ilmneb alles generaatori faasimähiste sisetakistuse ja liinitakistuse arvestamisel.



Joonis 6.11. Koormuse skeemi teisendamine kolmnurkühendusest tähtühenduseks.

Sellisel juhul liinivoolude määramiseks võib teha teisenduse $\Delta \rightarrow \star$ koormusel (joonis 6.11), määraes sealt liinivoolud $\underline{I}_A$, $\underline{I}_B$ ja $\underline{I}_C$.

Seejärel saab määrata liinipinged $\underline{U}_{ab}$, $\underline{U}_{bc}$ ja $\underline{U}_{ca}$ ning edasi nende kaudu juba faasivoolud tarbija Δ -ühenduses.

$$\underline{Z}'_a = \frac{\underline{Z}_{ab} \underline{Z}_{ca}}{\underline{Z}_{ab} + \underline{Z}_{bc} + \underline{Z}_{ca}} ;$$

$$\underline{Z}'_b = \frac{\underline{Z}_{ba} \underline{Z}_{ab}}{\underline{Z}_{ab} + \underline{Z}_{bc} + \underline{Z}_{ca}} ;$$

$$\underline{Z}'_c = \frac{\underline{Z}_{ca} \underline{Z}_{bc}}{\underline{Z}_{ab} + \underline{Z}_{bc} + \underline{Z}_{ca}} ;$$

$$\underline{Y}_A = \frac{1}{\underline{Z}_l + \underline{Z}'_a} ;$$

$$\underline{U}_{0'0} = \frac{\underline{U}_A \underline{Y}_a + \underline{U}_B \underline{Y}_b + \underline{U}_C \underline{Y}_c}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c} ;$$

$$\underline{I}_A = (\underline{U}_A - \underline{U}_{0'0}) \underline{Y}_a; \quad \underline{I}_B = (\underline{U}_B - \underline{U}_{0'0}) \underline{Y}_b; \quad \underline{I}_C = (\underline{U}_C - \underline{U}_{0'0}) \underline{Y}_c.$$

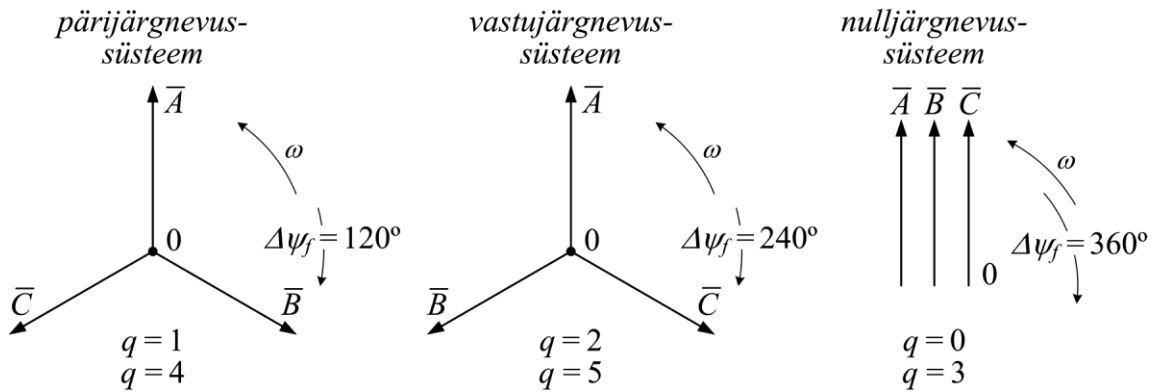
Edasi tarbija faasipinged, sealt faasivoolud:

$$\left. \begin{aligned} \underline{U}_{ab} &= \underline{U}_a - \underline{U}_b = \underline{I}_A \underline{Z}_a - \underline{I}_B \underline{Z}_b; \\ \underline{U}_{bc} &= \underline{U}_b - \underline{U}_c = \underline{I}_B \underline{Z}_b - \underline{I}_C \underline{Z}_c; \\ \underline{U}_{ca} &= \underline{U}_c - \underline{U}_a = \underline{I}_C \underline{Z}_c - \underline{I}_A \underline{Z}_a. \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \underline{I}_{ab} &= \frac{\underline{U}_{ab}}{\underline{Z}_{ab}}; \\ \underline{I}_{bc} &= \frac{\underline{U}_{bc}}{\underline{Z}_{bc}}; \\ \underline{I}_{ca} &= \frac{\underline{U}_{ca}}{\underline{Z}_{ca}}. \end{aligned} \right\}$$

6.6 Kolmefaasilise süsteemi sümmeetrilised komponendid

Sümmeetriliste kolmefaasiliste süsteemide puhul on võimalikud kolm erinevat süsteemitüüpi: pärijärgnevussüsteem, vastujärgnevussüsteem ja nulljärgnevussüsteem (joonis 6.12).



Joonis 6.12. Sümmeetrilised kolmefaasilised päri-, vastu- ja nulljärgnevussüsteemid.

Siin on iga järgnev faasivektor (faasivool või -pinge) eelmise suhtes nihutatud nihkenurga $\Delta\psi_f$ võrra, kusjuures m -faasilises süsteemis see nihkenurk avaldub

$$\Delta\psi_f = \frac{2\pi}{m} \cdot q$$

ja kolmefaasilise süsteemi korral

$$\Delta\psi_f = \frac{2\pi}{3} \cdot q,$$

kusjuures kolmefaasilises süsteemis on kordaja q pärijärgnevussüsteemi korral

$$q = k \cdot 3 + 1;$$

vastujärgnevussüsteemi korral

$$q = k \cdot 3 - 1$$

ja nulljärgnevussüsteemi korral

$$q = k \cdot 3,$$

kusjuures k on suvaline täisarv ($k \geq 0$); $k = 0, 1, 2, 3, \dots$

Reaalse mittesümmeetrilise kolmefaasilise süsteemi vektoreid $\bar{A}$, $\bar{B}$ ja $\bar{C}$ saab kirjeldada kolme erineva iseloomuga süsteemi vektorite $\bar{A}_0$, $\bar{A}_1$ ja $\bar{A}_2$ kaudu ($\bar{A}_1$ – pärijärgnevussüsteem; $\bar{A}_2$ – vastujärgnevussüsteem; $\bar{A}_0$ – nulljärgnevussüsteem):

$$\begin{cases} \bar{A} = \bar{A}_0 + \bar{A}_1 + \bar{A}_2 \\ \bar{B} = \bar{A}_0 + a^2 \bar{A}_1 + a \bar{A}_2 \\ \bar{C} = \bar{A}_0 + a \bar{A}_1 + a^2 \bar{A}_2 \end{cases} \begin{vmatrix} \cdot 1 & \cdot 1 & \cdot 1 \\ \cdot 1 & \cdot a & \cdot a^2 \\ \cdot 1 & \cdot a^2 & \cdot a \end{vmatrix}. \quad (6.30)$$

Seega saab tegelikku mittesümmeetrilist 3-faasilist vektorite süsteemi $\bar{A}$, $\bar{B}$ ja $\bar{C}$ vaadelda kolme sümmeetrilise süsteemi koosmõjuna, milleks on nulljärgnevussüsteem (faasiti vektorid $\bar{A}_0$, $\bar{A}_0$ ja $\bar{A}_0$, s.o kõigi faaside jaoks ühesugune vektor $\bar{A}_0$), pärijärgnevussüsteem (faasivektorite komponendid $\bar{A}_1$, $a^2 \bar{A}_1$ ja $a \bar{A}_1$) ja vastujärgnevussüsteem (faasivektorite komponendid $\bar{A}_2$, $a \bar{A}_2$ ja $a^2 \bar{A}_2$).

Kuidas avaldada sümmeetrilisi komponente $\bar{A}_0$, $\bar{A}_1$ ja $\bar{A}_2$ faasivektorite $\bar{A}$, $\bar{B}$ ja $\bar{C}$ kaudu? Selleks liidame avaldised (6.30), korrutades eelnevalt võrrandid läbi vastavalt teguritega 1, 1, 1; 1, a , a^2 ja 1, a^2 , a . Arvestades, et $1 + a + a^2 = 0$, saame

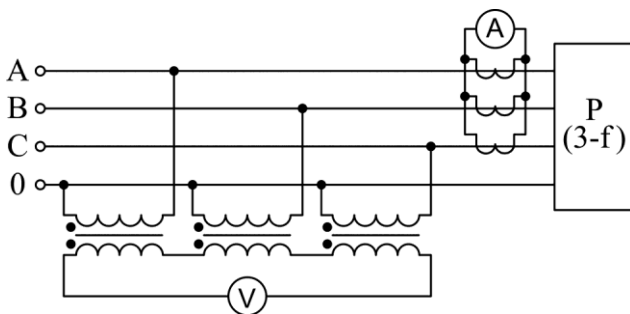
$$\begin{cases} \bar{A} + \bar{B} + \bar{C} = 3\bar{A}_0; \\ \bar{A} + a\bar{B} + a^2\bar{C} = 3\bar{A}_1; \\ \bar{A} + a^2\bar{B} + a\bar{C} = 3\bar{A}_2. \end{cases} \quad (6.31)$$

Nendest seostest saame avaldad sümmeetrilised komponendid:

$$\begin{cases} \bar{A}_0 = \frac{1}{3}(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}); \\ \bar{A}_1 = \frac{1}{3}(\bar{A} + a\bar{B} + a^2\bar{C}); \\ \bar{A}_2 = \frac{1}{3}(\bar{A} + a^2\bar{B} + a\bar{C}). \end{cases} \quad (6.32)$$

Reaalsetes kolmefaasilistes süsteemides on sageli vaja määrata ja kontrollida süsteemi aluseks olevaid sümmeetriliste komponentide A_0 , A_1 ja A_2 väärtusi. Nende määramiseks kasutatakse spetsiaalseid filtreid. Selliste sümmeetriliste komponentide filtrite põhimõtte aluseks on võrrandisüsteem (6.32).

Nulljärgnevuskomponentide $\bar{A}_0$ määramiseks tuleb summeerida faasisuurused, näiteks $\bar{A}$, $\bar{B}$, $\bar{C}$. Filtri askeem faasipingete ja -voolude nulljärgnevuskomponendi määramiseks võiks olla selline, nagu on näidatud joonisel 6.13.



Joonis 6.13. Filtri askeem faasipingete ja -voolude nulljärgnevuskomponendi määramiseks.

Siin

$$U_V = |K_U (\bar{U}_{A0} + \bar{U}_{B0} + \bar{U}_{C0})| = |K_U \cdot 3\bar{U}_0|,$$

seega

$$U_0 = \frac{U_V}{3K_U},$$

kus K_U on pingetrafode ülekandetegur.

Analoogiliselt

$$I_A = \left| K_I (\bar{I}_A + \bar{I}_B + \bar{I}_C) \right| = \left| K_I \cdot 3\bar{I}_0 \right|$$

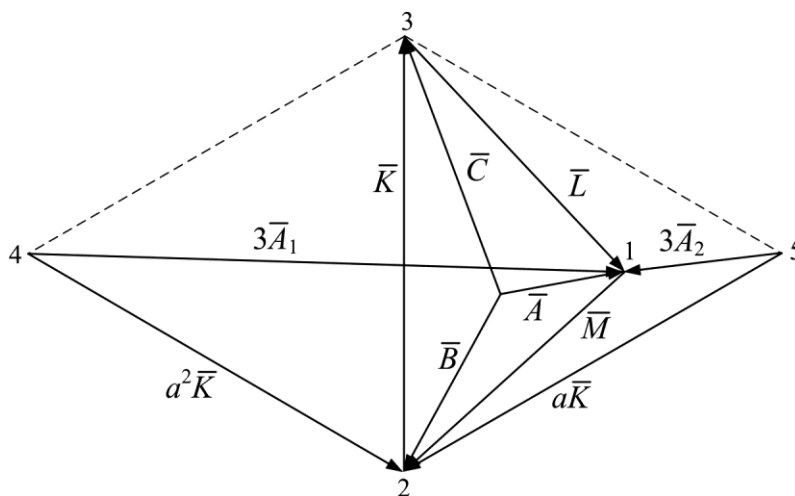
ja

$$I_0 = \frac{I_A}{3K_I},$$

kus K_I on voolutrafode ülekandetegur.

Päri- ja vastujärgnevuskomponentide $\bar{A}_1$ ja $\bar{A}_2$ määramiseks faasisuuruste kohta kasutatakse kombineeritud filtreid, mida mõjutavad liinisuurused.

Olgu meil faasivektorid $\bar{A}$, $\bar{B}$ ja $\bar{C}$ ja vastavad liinivektorid $\bar{K}$, $\bar{L}$ ja $\bar{M}$ (joonis 6.14).



Joonis 6.14. Päri- ja vastujärgnevuskomponentide filtri tööpõhimõtet selgitav vektordiagramm.

Siin faasivektorite süsteemi sümmeetrilised päri- ja vastujärgnevuskomponendid on määratavad:

$$\bar{A}_1 = (\bar{A} + a\bar{B} + a^2\bar{C}) \cdot \frac{1}{3}$$

ja

$$\bar{A}_2 = (\bar{A} + a^2\bar{B} + a\bar{C}) \cdot \frac{1}{3}.$$

Siin võime asendada $\bar{A}$ vahega $\bar{A} = \bar{B} - \bar{M}$ ja vektori $\bar{C}$ vektorite summaga $\bar{C} = \bar{B} + \bar{K}$. Siis saame

$$\left. \begin{aligned} 3\bar{A}_1 &= (\bar{B} - \bar{M}) + a\bar{B} + a^2(\bar{B} + \bar{K}) = a^2\bar{K} - \bar{M}; \\ 3\bar{A}_2 &= (\bar{B} - \bar{M}) + a^2\bar{B} + a(\bar{B} + \bar{K}) = a\bar{K} - \bar{M}, \end{aligned} \right\} \quad (6.33)$$

sest $\bar{B} + a\bar{B} + a^2\bar{B} = 0$.

Sellest järeldub, et vektorite $3\bar{A}_1$ ja $3\bar{A}_2$ määramiseks on piisav, kui joonistada liinivektorite kolmnurga küljele 2-3 võrdkülgseid kolmnurgad 2-3-4 ja 2-3-5. Sellise konstrueerimise tulemusena moodustuvad vektorite $3\bar{A}_1$ ja $3\bar{A}_2$ väärtustega võrdsed lõikude pikkused:

$$\begin{aligned} \overline{4-1} &= a^2\bar{K} - \bar{M} = 3\bar{A}_1, \\ \overline{5-1} &= a\bar{K} - \bar{M} = 3\bar{A}_2. \end{aligned}$$

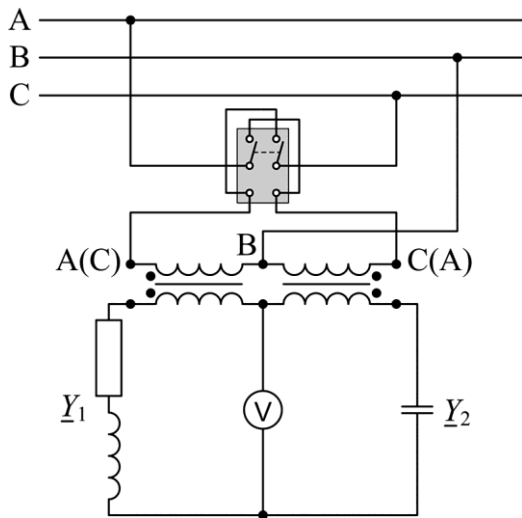
Järeldus: Kui liinipingete süsteem (vektorid $\bar{K}$, $\bar{L}$ ja $\bar{M}$) ei muutu, siis ükskõik millisele faasipingete muutusele vaatamata faasipingete päri- ja vastujärgnevuskomponendid ei muutu (muutub vaid nulljärgnevuskomponent).

Saadud valemite kohaselt on võimalik koostada sellise filtri aseskeem, mis mõõdab näiteks faasipingete päri- ja vastujärgnevuskomponente (joonis 6.15). Sellise skeemi filtri harude juhtivused valitakse vastavalt tingimustele:

$$\underline{Y}_2 = +j\omega C = -jb_c = -jb_2;$$

$$b_2 = -\omega C;$$

$$\underline{Y}_1 = g_1 + jb_1 = \underline{Y}_2 \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot b_c + j\frac{b_c}{2}.$$



Joonis 6.15. Faasipingete päri- ja vastujärgnevuskomponentide praktilise määramise filtri aseskeem.

Ümberlülitite abil lubab see filter mõõta nii faasipingete päri- kui ka vastujärgnevuskomponente.