VARIATSIOONNÄITARVUD JA JAOTUSE KUJU NÄITARVUD

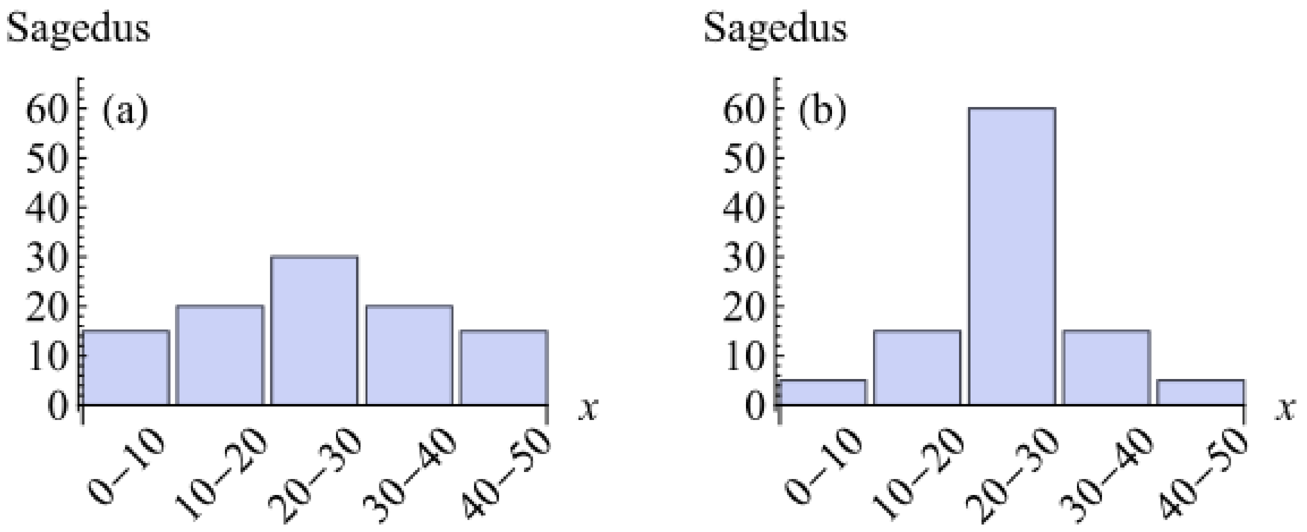
LOENGU TEEMAD

1. Variatsioonamplituud.
2. Hälve ja keskmine hälve.
3. Keskmine absoluuthälve.
4. Dispersioon ja standardhälve.
5. Variatsioonikordaja.
6. Tšebõšovi teoreem.
7. Standardiseeritud skaala.
8. Jaotuse kuju iseloomustavad näitajad.
9. Statistilised momendid.
10. Kaheväärtuselise tunnuse standardhälve.
11. Varieeruvus asendikeskmiste abil.

HAJUMINE

Kui kogumi liikmetel on ühe ja sama tunnuse arvväärtused erinevad, siis selle tunnuse väärtus varieerub ehk hajub.

Kaks kogumit, mõlemas 100 arvu.



Mood, mediaan ja aritmeetiline keskmine mõlemal kogumil 25.

Kumma arvukogumi hajuvus on suurem?

Vaja **arvnäitajat!**

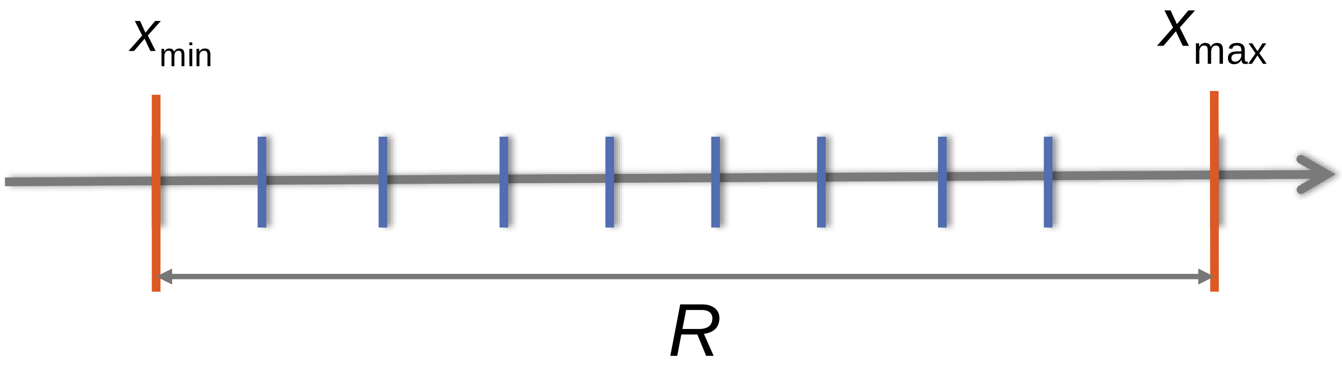
VARIATSIOONAMPLITUUD

range

Variatsioonamplituud ehk haare on arvukogumi kõige suurema liikme x_{max} ja kõige väiksema liikme x_{min} vahe:

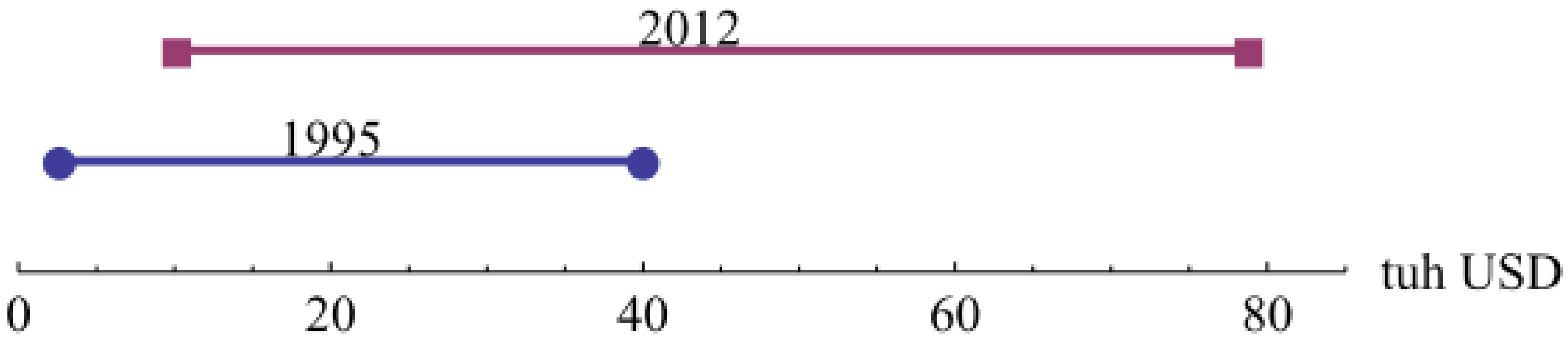
$$R = x_{max} - x_{min}$$

Variatsioonamplituud näitab, millistes piirides vaadeldav näitaja varieerub.



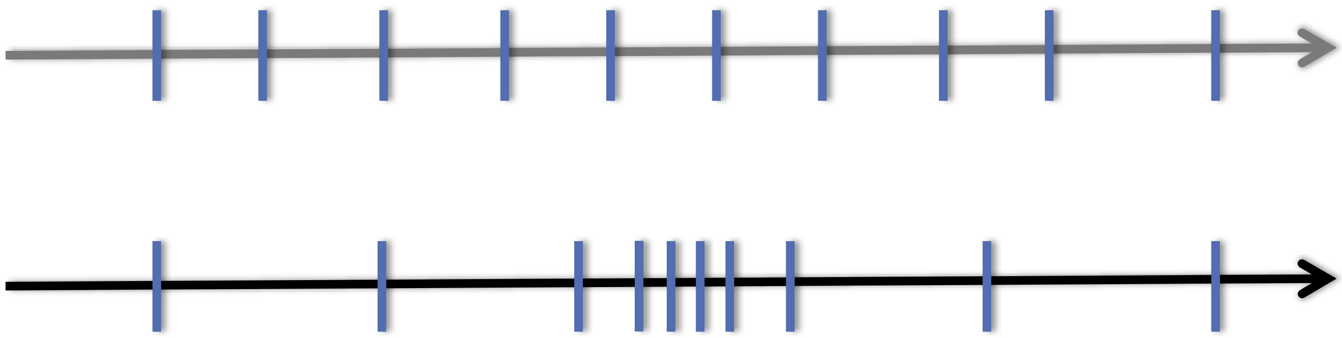
NÄIDE: NETOSISSETULEK ELANIKU KOHTA OECD RIIKIDES

Variatsioonamplituud
1995. aastal 40,02 – 2,64 = 37,38 tuhat dollarit;
2012. aastal 78,81 – 10,15 = 68,66 tuhat dollarit.



VARIATSIOONAMPLITUUDI PUUDUS

Variatsioonamplituud ei anna varieerumisest täielikku pilti, sest sõltub ainult kahest äärmisest väärtusest.



Variatsioon-amplituud on sama, aga varieerumine on erinev.

Vaja näitajat, mis sõltuks igast üksikust väärtusest.

HÄLBED ARITMEETILISEST KESKMISEST

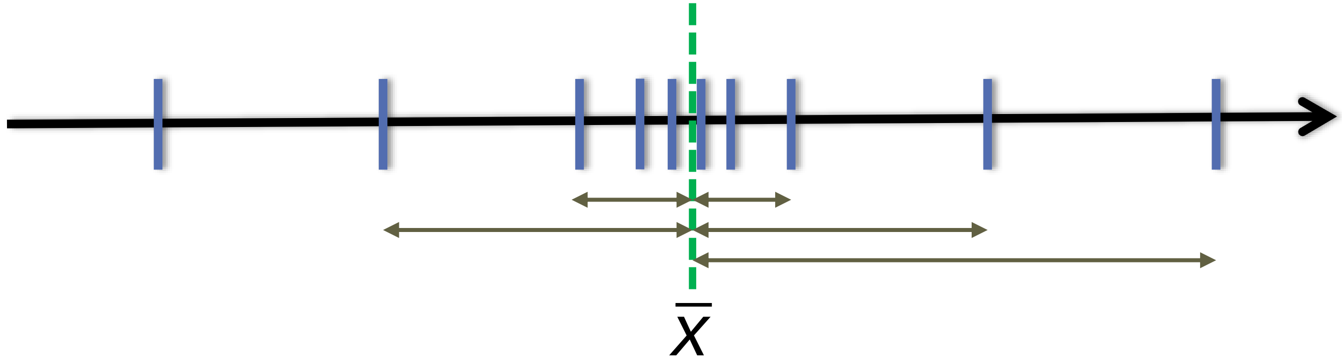
Üksiku *i*-nda väärtuse erinevus ehk hälve aritmeetilisest keskmisest

$$x_i - \bar{x}$$

Hälbed võivad olla

negatiivsed $x_i < \bar{x}$

positiivsed $x_i > \bar{x}$



Hälbeid on sama palju kui vaatlusi.
Hajumise iseloomustamiseks on vaja üht näitajat.

KESKMINE HÄLVE

Keskmine hälve?

Hälvete aritmeetiline keskmine

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)}{n}$$

Vaatame näiteks nelja arvu 2, 4, 6, 8.
Nende aritmeetiline keskmine $\bar{x} = 5$

x_i	$x_i - \bar{x}$
2	-3
4	-1
6	1
8	3
KOKKU	0

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{4}\left(x_i - \bar{x}\right) = 0$$

KESKMINE HÄLVE = 0

Alati $\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}) = 0$

Seda on lihtne näidata.

$$\sum_{i=1}^{n}\bar{x} = \underbrace{\bar{x}+\bar{x}+\ldots+\bar{x}}_{n} = n\bar{x}$$

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}) = \sum_{i=1}^{n}x_i - \sum_{i=1}^{n}\bar{x} = \sum_{i=1}^{n}x_i - n\bar{x} =$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{n}$$

$$= \sum_{i=1}^{n}x_i - n\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{n} = \sum_{i=1}^{n}x_i - \sum_{i=1}^{n}x_i = 0$$

Järelikult alati $\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})}{n} = 0$

Keskmine hälve ei kõlba.

KESKMINE ABSOLUUTHÄLVE

Mean Absolute Deviation

Summeerida tuleks absoluutväärtused.

Keskmine absoluuthälve $\quad MAD = \dfrac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n}$

Absoluutväärtuse kasutamisest valemites püütakse hoiduda: raske teha analüütilisi arvutusi.

DISPERSIOON

variance

Absoluutväärtuse asemel võetakse hälbed ruutu.

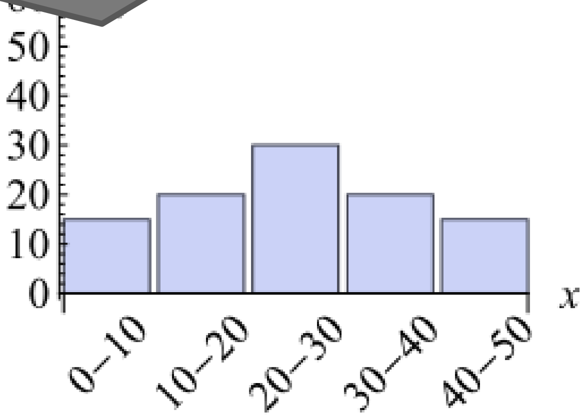
Hälvete ruutude aritmeetiline keskmine on **dispersioon.**

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

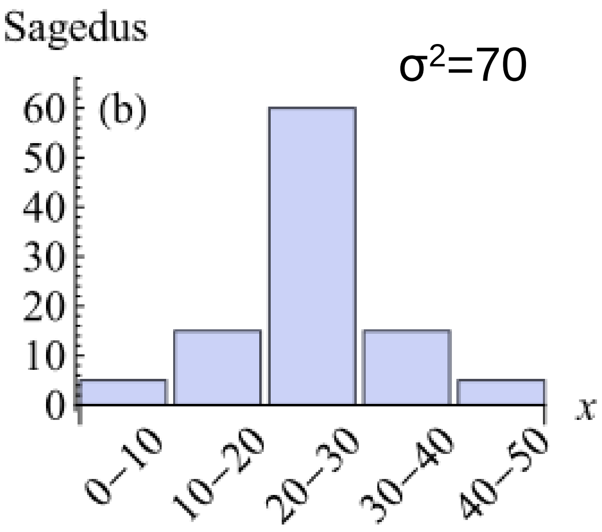
Ladina keeles on *dispersio* hajumine.

Hajumine suurem

σ^2=178



σ^2=70



DISPERSIOONI PUUDUS

Näide 1: auto läbisõit erinevatel kuudel.

Kuu	Läbisõit, km
jaan	350
veebr	420
märts	550
aprill	470

Aritmeetiline keskmine 447,5 km.
Dispersioon 5318,8 km^2.

Näide 2: Tallinna Sadama aktsia hind

Kuup	Sulgemishind, €
01.12.2020	1,83
02.12.2020	1,835
03.12.2020	1,825
04.12.2020	1,815

Aritmeetiline keskmine 1,826 €.
Dispersioon 0,000055 €^{2}.

Puudus: dispersiooni ühikuks on tunnuse *X* ühik ruudus.

STANDARDHÄLVE

standard deviation

Standardhälve on ruutjuur dispersioonist:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

Standardhälbe ühik on sama, mis tunnusel X.

Näiteks auto läbisõit.

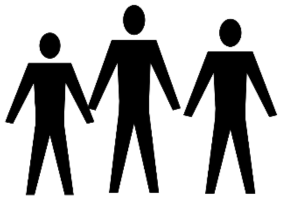
Aritmeetiline keskmine 447,5 km.
Dispersioon 5318,8 km^2.
Standardhälve 72,9 km.

Tallinna Sadama aktsia hind
1.- 4. dets 2020

Aritmeetiline keskmine 1,826 €.
Dispersioon 0,000055 $€^2$
Standardhälve 0,0074 €.

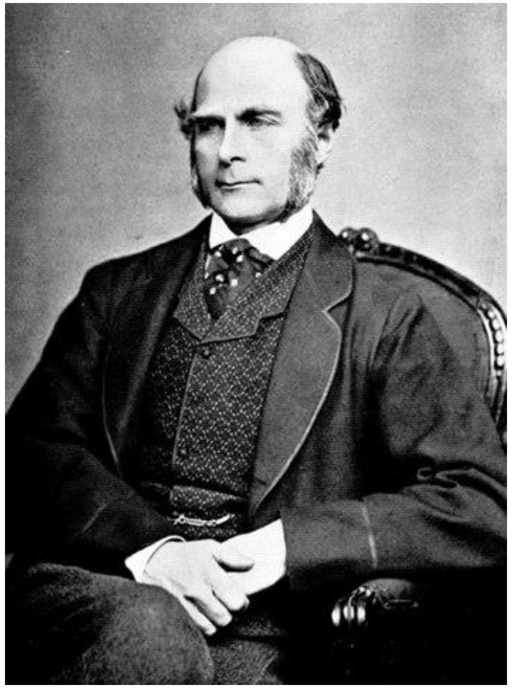
STANDARDHÄLBE ESMAKASUTAJA

C. Darwin oli kindel, et meeste pikkus varieerub rohkem kui maisivarte pikkus. Aga kuidas seda mõõta?



Pöördus oma nõo Francis Galtoni poole.

Hajumise kvantitatiivseks kirjeldamiseks võttis Galton kasutusele standardhälbe. See toimus 1860-ndate lõpus.

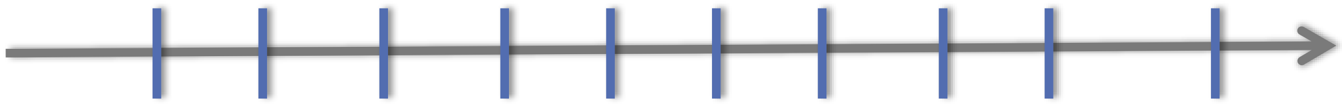


Francis Galton
1822-1911
Inglise statistik, matemaatik, sotsioloog, antropoloog, psühholoog, geograaf, meteoroloog.

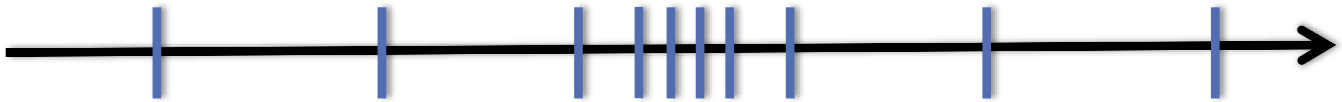
?

Kummal juhul on standardhälve suurem?

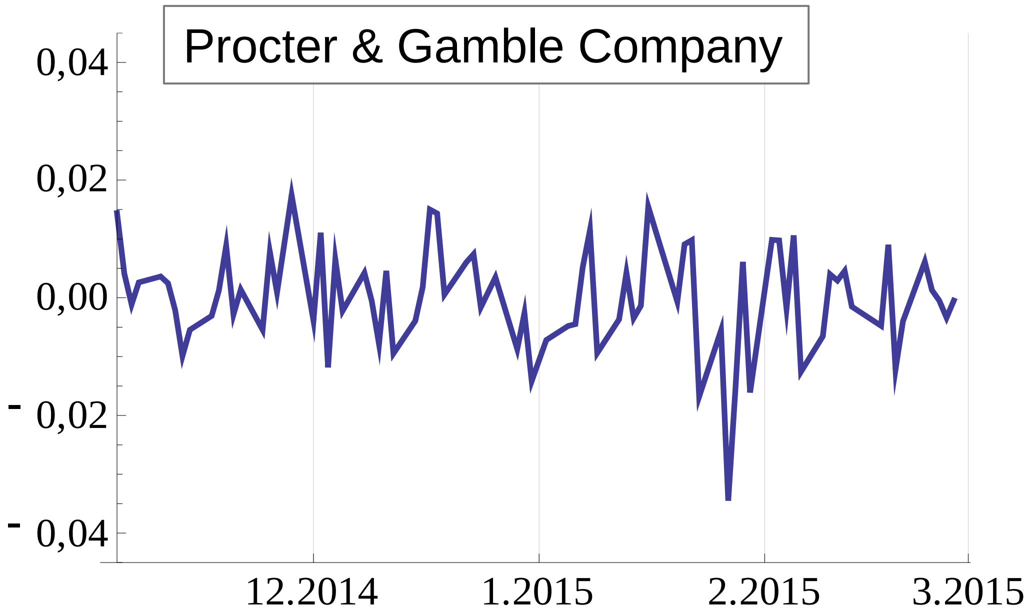
A

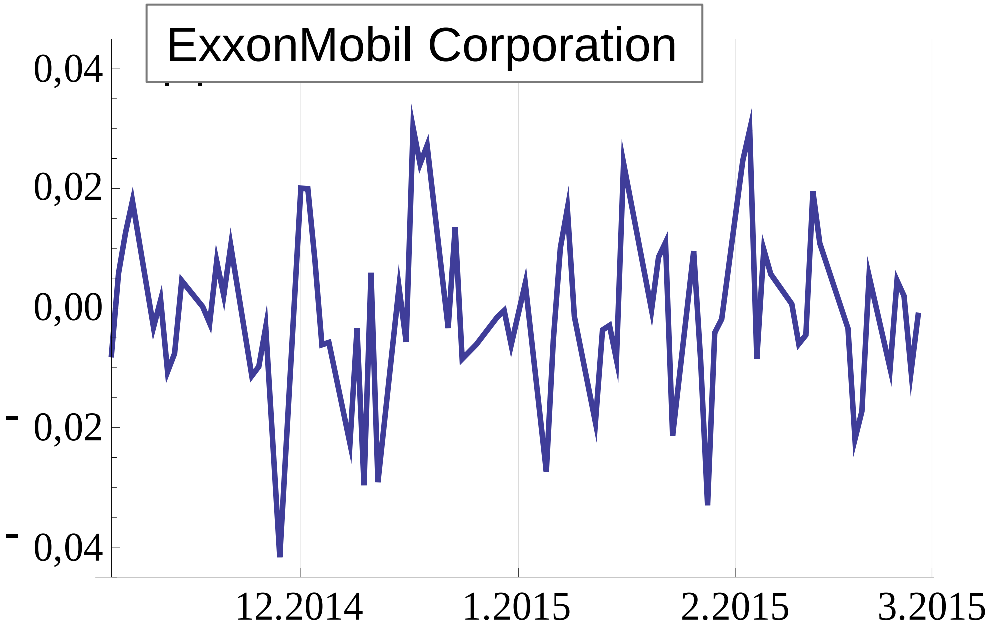


B



NÄIDE: AKTSIATE TULUMÄÄRADE VOLATIILSUS





Väike volatiilsus

Standardhälve 0,0087

Suur volatiilsus

Standardhälve 0,014

KUI STANDARDHÄLVE EI SOBI, I

Töötajate palgad ja tööstaaž ettevõttes A.

Kumb varieerub rohkem?

	Palk, eurot	**Tööstaaž, aastat**
Aritmeetiline keskmine	1600	20
Standardhälve	400	15

Kumb on suurem: 400 eurot või 15 aastat?

Ei saa võrrelda.
Kuidas varieerumist võrrelda?

Standardhälbe suhe aritmeetilisse keskmisesse	**400/1600= 1/4**	**15/20= 3/4**

VARIATSIOONIKORDAJA

coefficient of variation

Variatsioonikordaja on standardhälbe ja aritmeetilise keskmise suhe:

$$\boxed{V_\sigma = \frac{\sigma}{\bar{x}}}$$

- Esitatakse tavaliselt protsentides.
- Näitab, mitu protsenti moodustab standardhälve aritmeetilisest keskmisest.
- Suhteline variatsioonnäitarv, ilma ühikuta.

KUI STANDARDHÄLVE EI SOBI, II

Omavalitsuste tulu elaniku kohta kolmes maakonnas 2010.a

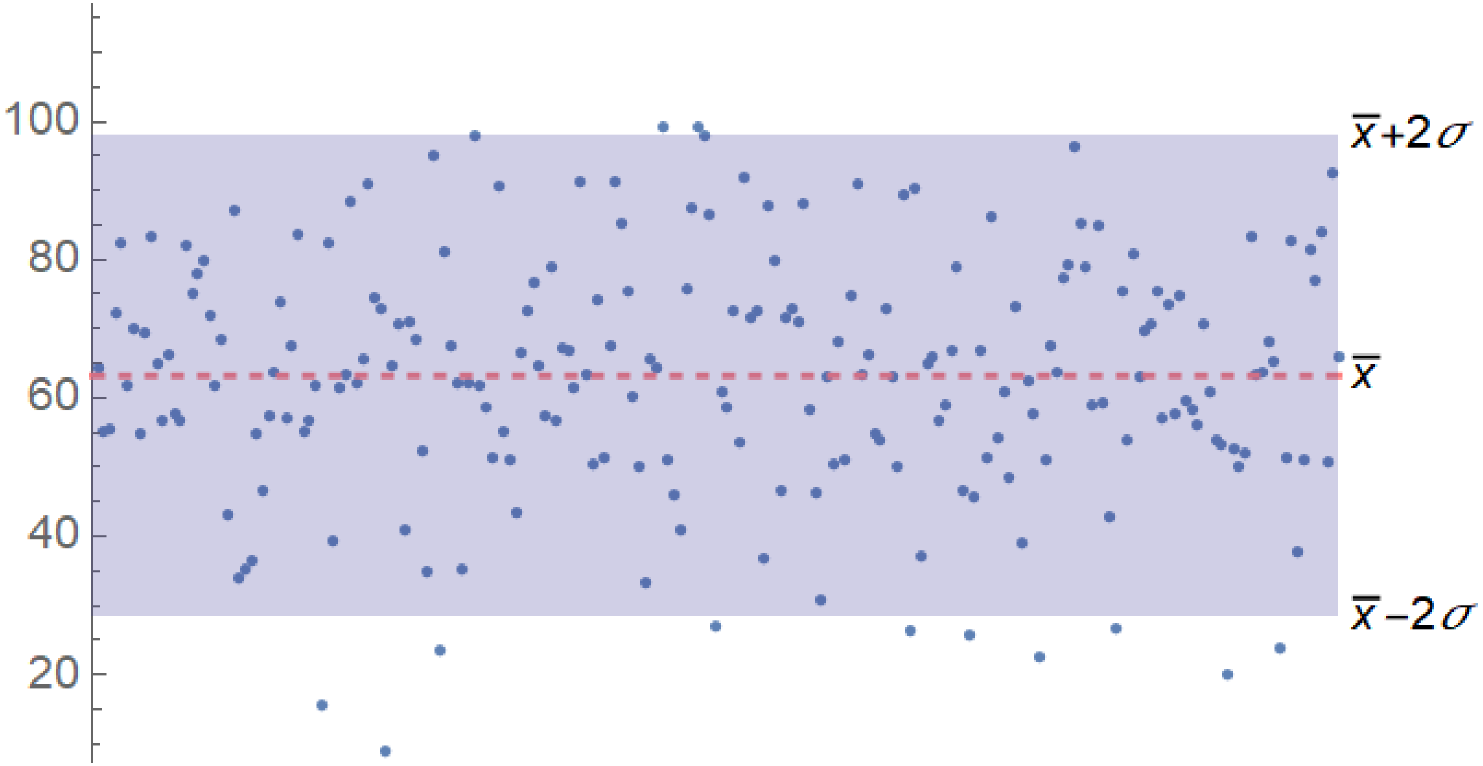
	Harju	Tartu	Pärnu
Aritmeetiline keskmine, eurot	9272	5879	6193
Standardhälve, eurot	2089	1586	580

Kus oli varieerumine kõige suurem?

Variatsioonikordaja	23%	27%	9%

VAATLUSTE KAUGUS ARITMEETILISEST KESKMISEST JA STANDARDHÄLVE

Üksik vaatlus on harva aritmeetilisest keskmisest kaugemal kui mitmekordne standardhälve.



Demo: standardhälbe kordne vahemik

TŠEBÕŠOVI TEOREEM

Chebushev's Theorem

Suvalise andmekogumi korral jääb vahemikku $\bar{x} \pm k\sigma$ vähemalt $1-\dfrac{1}{k^2}$ kõikidest väärtustest, kus *k* on ühest suurem positiivne arv.

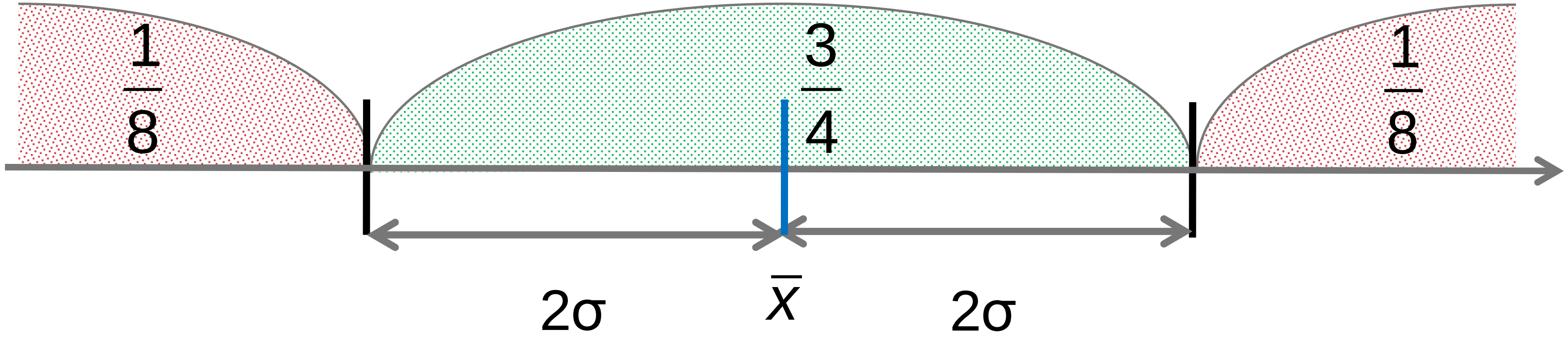
Vahemikust $\bar{x} \pm k\sigma$ väljas on vähem kui $\dfrac{1}{k^2}$ kõikidest väärtustest.

k=2 Vahemikus $\bar{x} \pm 2\sigma$ $\quad 1-\dfrac{1}{2^2}=\dfrac{3}{4}=75\%$

k=3 Vahemikus $\bar{x} \pm 3\sigma$ $\quad 1-\dfrac{1}{3^2}=\dfrac{8}{9}\approx 89\%$

Demo: Tšebõšovi võrratus

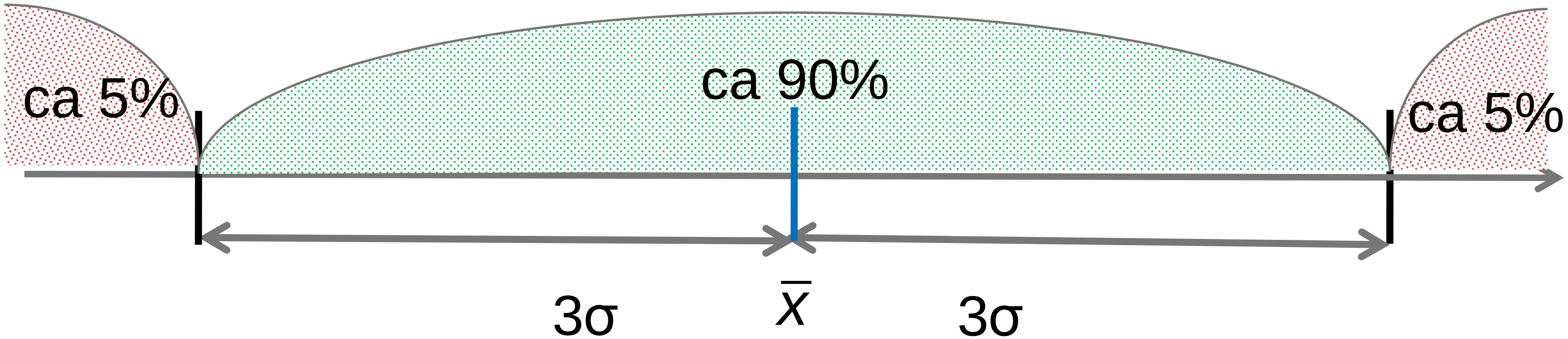
2-KORDNE STANDARDHÄLVE



¾ ehk 75% kõikidest väärtustest jääb vahemikku $\bar{x} \pm 2\sigma$

¼ ehk 25% kõikidest väärtustest on aritmeetilisest keskmisest kaugemal kui 2 standardhälvet

3-KORDNE STANDARDHÄLVE



Ligikaudu 90% kõikidest väärtustest jääb vahemikku $\bar{x} \pm 3\sigma$

Kaugemal kui 3 standardhälvet on vähem kui 10%.

Väärtus, mis erineb aritmeetilisest keskmisest rohkem kui 3 standardhälvet, on **harva** esinev.

TŠEBÕŠOVI TEOREEM, KOKKUVÕTE

Suvalise arvukogumi korral

Maksimaalne kaugus aritmeetilisest keskmisest	Vahemikku langevate väärtuste osakaal
$\sqrt{2}\,\sigma$	50%
$2\,\sigma$	75%
$3\,\sigma$	89%
$4\,\sigma$	94%
$5\,\sigma$	96%
$6\,\sigma$	97%
$k\,\sigma$	$1 - 1/k^2$

NÄIDE TŠEBÕŠOVI TEOREEMI KASUTAMISEST

Poes 145 päeva keskmine käive 16 tuhat €, standardhälve 10 tuhat €. Kui suurel osal päevadest võib käive olla suurem kui 47 tuhat €?

$$\frac{x-\bar{x}}{\sigma}=\frac{47-16}{10}=\frac{31}{10}=3{,}1$$

Keskmisest kaugemal kui 3σ

Kaugemal kui 3σ on $\frac{1}{3^2}\approx 0{,}11=11\%$

Mõlemal pool

Ühel pool $\frac{11\%}{2}=5{,}5\%$

Maksimaalselt 5,5% päevadest.

NÄIDE: RIIGIEKSAMI TULEMUSED, 1

	Kitsas matemaatika	Eesti keel
Pille	50	80
Kõik tulemused		
Aritmeetiline keskmine	34,2	64,8
Standardhälve	21,5	16,2

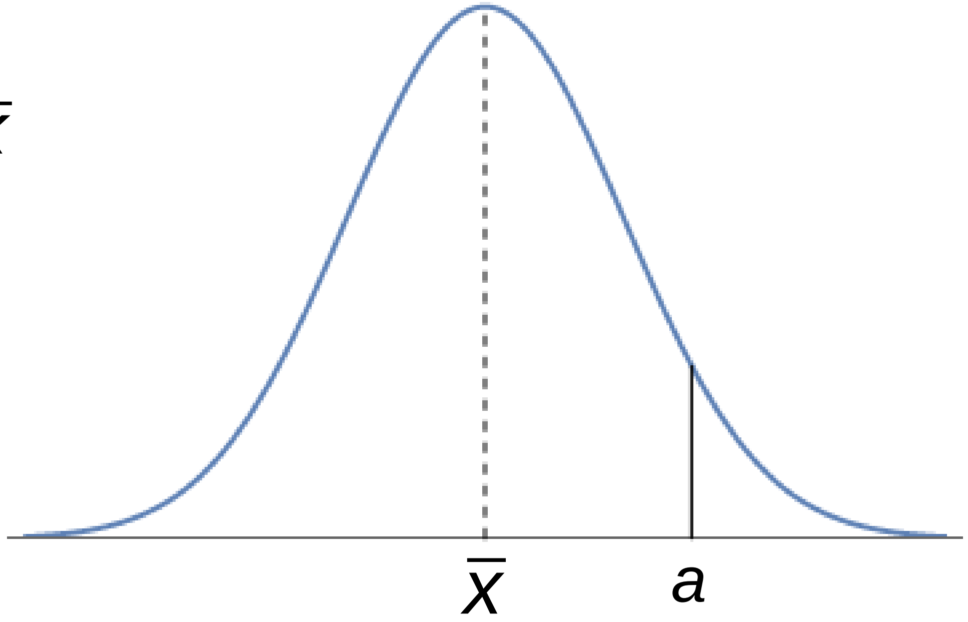
Pille erinevus keskmisest	15,8	15,2

Kummas aines oli Pille tulemus silmapaistvam?

Kas matemaatikas?

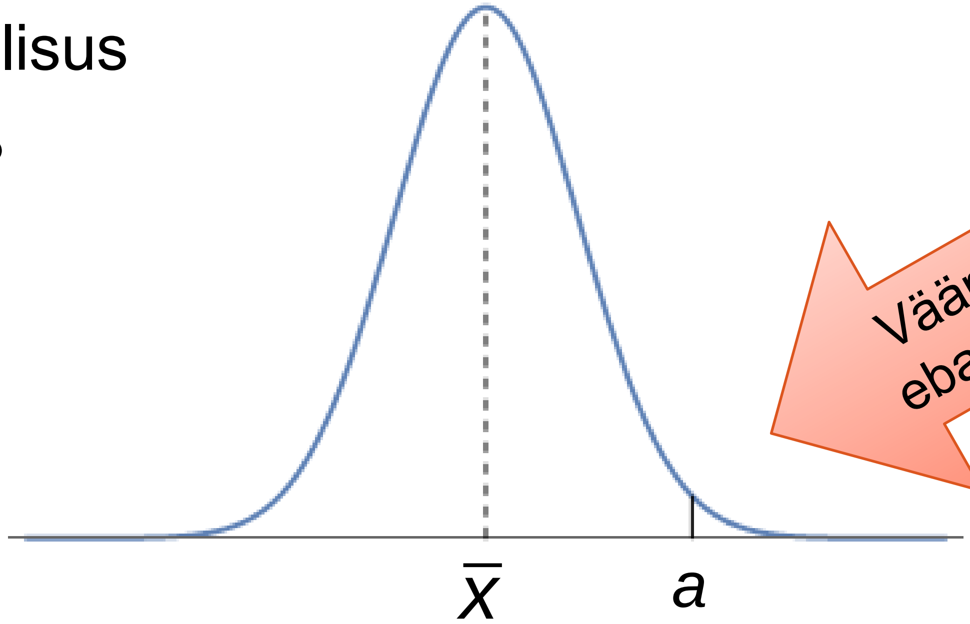
Mõlemal juhul $a - \bar{x}$

ühesugune



Kas väärtuse *a* ebatüüpilisus

on mõlemal juhul sama?



Väärtus a on ebatüüpilisem

NÄIDE: RIIGIEKSAMI TULEMUSED, 2

	Kitsas matemaatika	Eesti keel
Pille	50	80
Kõik tulemused		
Aritmeetiline keskmine	34,2	64,8
Standardhälve	21,5	16,2

Kummas aines oli Pille tulemus silmapaistvam?

Pille erinevus keskmisest	15,8	15,2

$$\frac{\text{erinevus keskmisest}}{\text{standardhälve}} \qquad \frac{15{,}8}{21{,}5} \approx 0{,}73 \qquad \frac{15{,}2}{16{,}2} \approx 0{,}94$$

Eesti keeles oli tulemus silmapaistvam

STANDARDISEERITUD VÄÄRTUS

z-score

Standardiseeritud väärtus näitab, mitmekordse standardhälbe σ kaugusel aritmeetilisest keskmisest $\overline{x}$ asub vaadeldav väärtus x_i

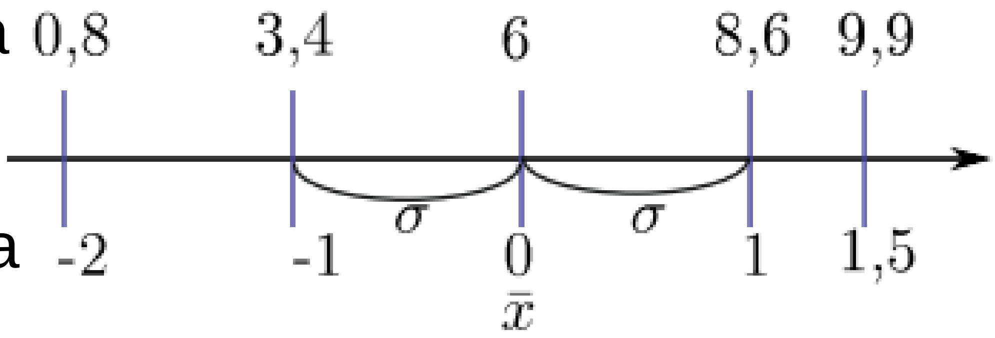
$$z_i = \frac{x_i - \overline{x}}{\sigma}$$

Näiteks arvud {0,8; 3,4; 6; 8,6; 9,9} toorskaalas

$$\overline{x} = 6, \quad \sigma = 2,6$$

Toorskaala

raw scale



Standardiseeritud skaala

standardized scale

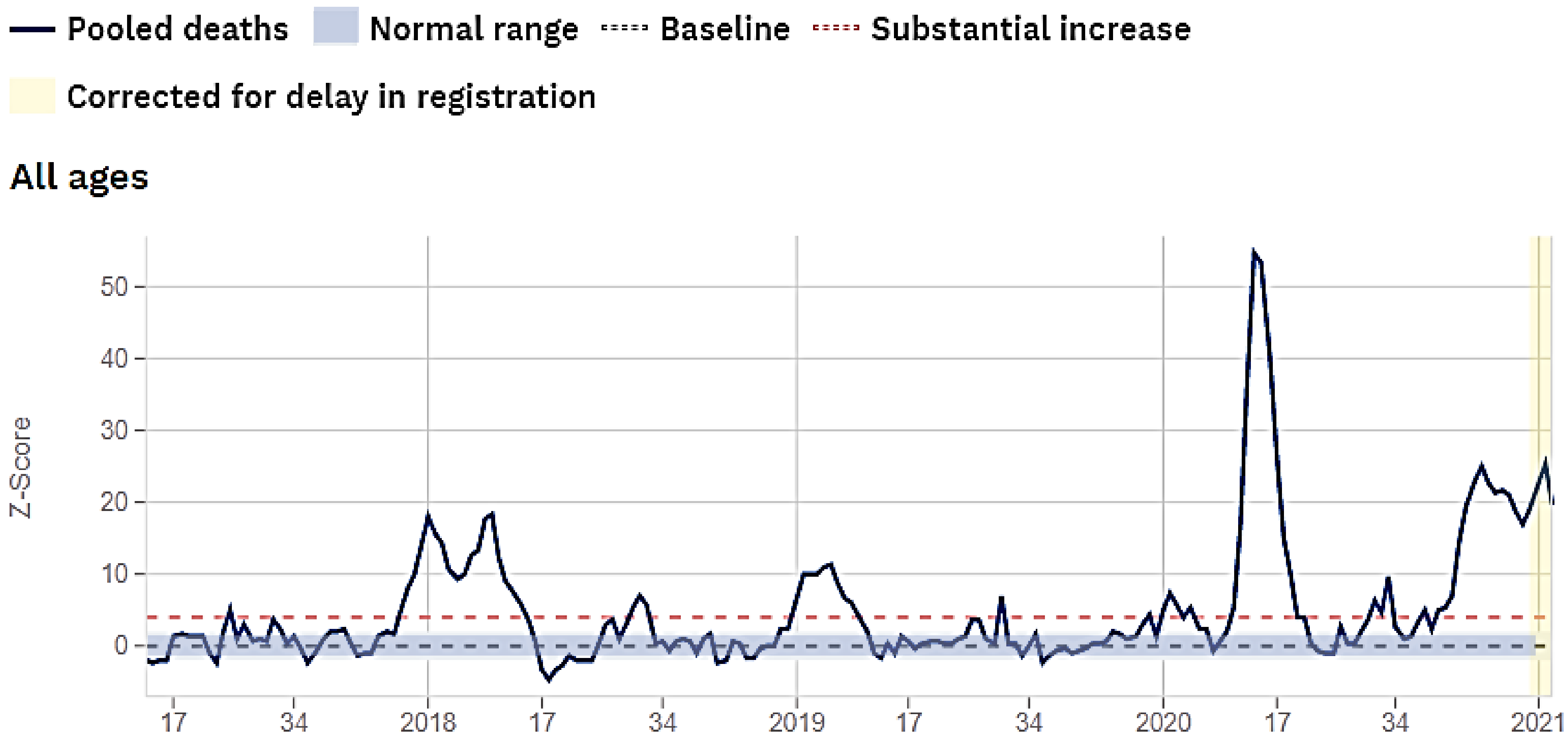
NÄIDE: EESTI TEISTE EUROOPA RIIKIDE SEAS 2011 JA 2023

	SKP elaniku kohta, tuh €		Tööjõu tootlikkus, tuh € aastas töötaja kohta	
Aasta	**2011**	**2023**	**2011**	**2023**
Aritmeetiline keskmine Euroopas	22,1	33,1	52,6	71,2
Standardhälve Euroopas	15,5	23,8	33,1	39,7
Eesti	9,1	21,2	28,7	55,4
Eesti standardiseeritud väärtus	-0,84	-0,50	-0,72	-0,40

$$z_{SKP\,2011} = \frac{9{,}1 - 22{,}1}{15{,}5} \approx -0{,}84 \qquad z_{TJT\,2011} = \frac{28{,}7 - 52{,}6}{33{,}1} \approx -0{,}72$$

$$z_{SKP\,2023} = \frac{21{,}2 - 33{,}1}{23{,}8} \approx -0{,}50 \qquad z_{TJT\,2023} = \frac{55{,}4 - 71{,}2}{39{,}7} \approx -0{,}40$$

NÄIDE: SUREMUS EUROOPAS AASTATEL 2018-2021, STANDARDISEERITUD SKAALAL



Allikas: European mortality monitoring activity EUROMOMO, https://www.euromomo.eu/

JAOTUSE KUJU ISELOOMUSTAVAD NÄITAJAD

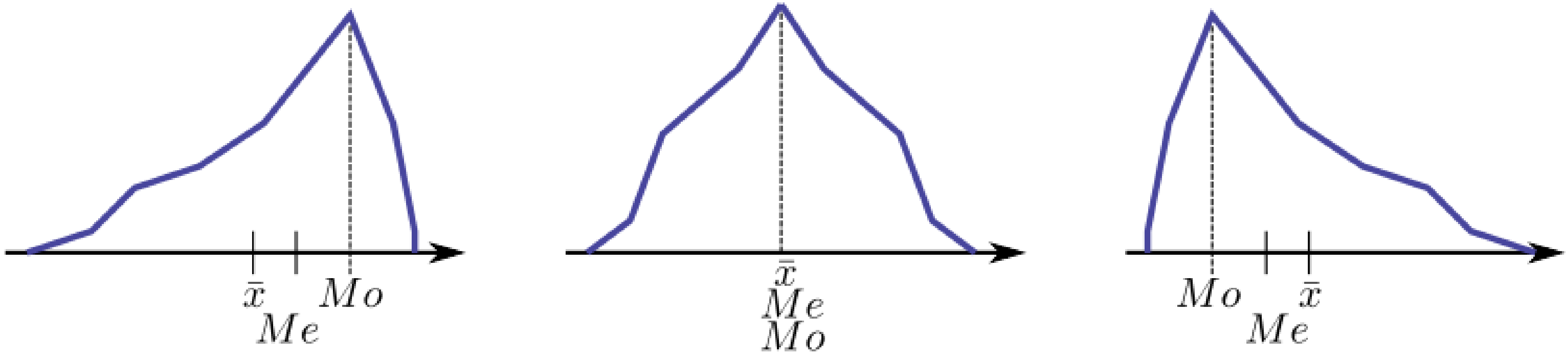
ASÜMMEETRIA

- Asümmeetria on jaotuskõvera maksimumi kõrvalekaldumine sümmeetriateljest.
- Kui jaotuskõvera **maksimum** (mood) on sümmeetriateljest (mediaan) **paremal** pool, on tegemist on **negatiivse** ehk vasakkaldelise asümmeetriaga.
- Kui **maksimum** on sümmeetriateljest **vasakul**, on tegemist positiivse ehk paremkaldelise asümmeetriaga.

Negatiivne asümmeetria

Sümmeetriline

Positiivne asümmeetria



ASÜMMEETRIAKORDAJA

skewness

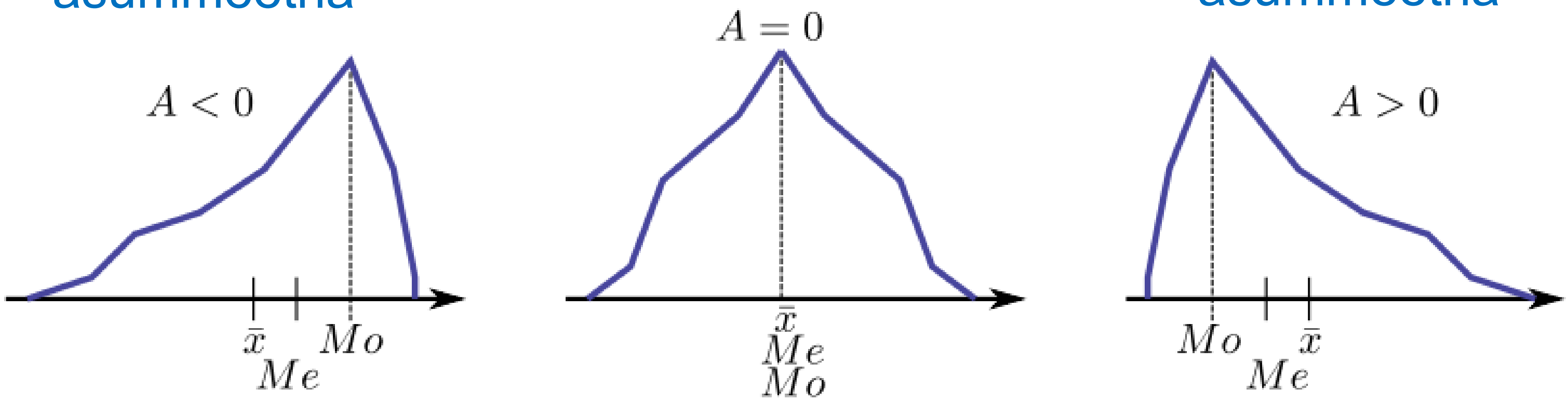
Arvukogumi asümmeetriat iseloomustab asümmeetriakordaja

$$A = \frac{1}{n\sigma^3}\sum (x_i - \bar{x})^3$$

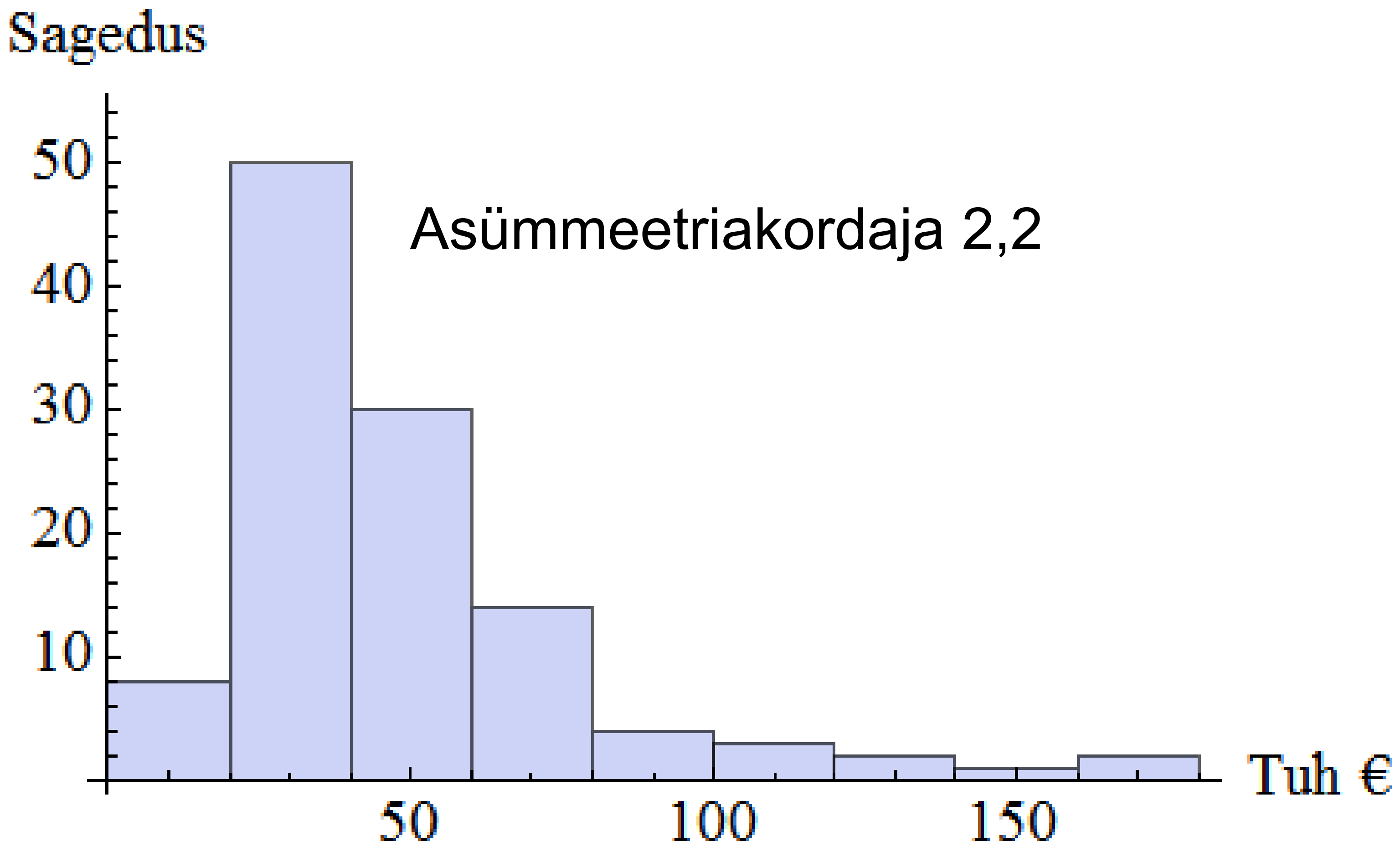
Negatiivne asümmeetria

Sümmeetriline

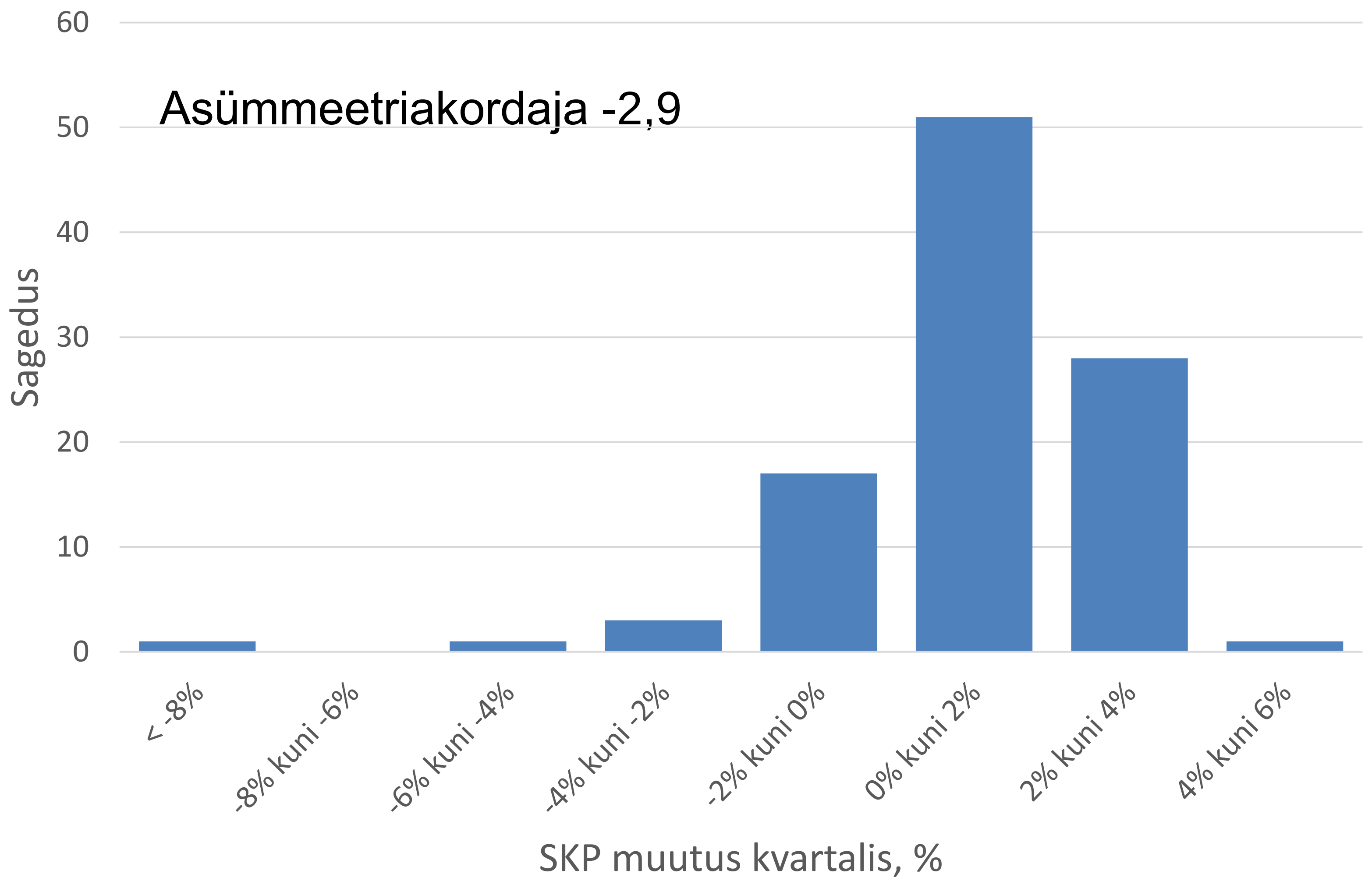
Positiivne asümmeetria



NÄIDE: AUDI MUDELITE HINDADE JAOTUS EESTIS 2015



NÄIDE: EESTI SKP MUUTUS KVARTALIS 1995-2020

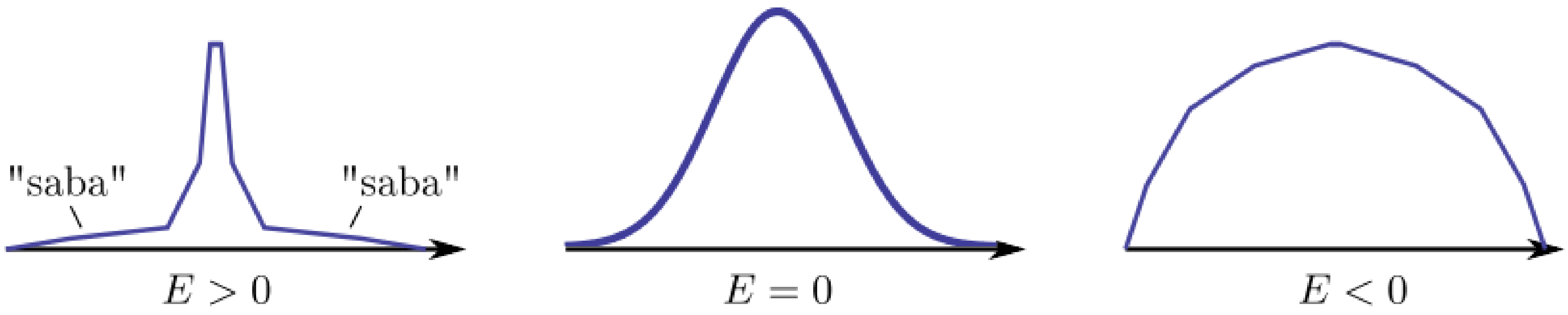


PÜSTAKUS

kurtosis

Jaotuse püstakust iseloomustab juhusliku suuruse ekstsess E (*kurtosis*), mida võib nimetada ka püstakuse kordajaks

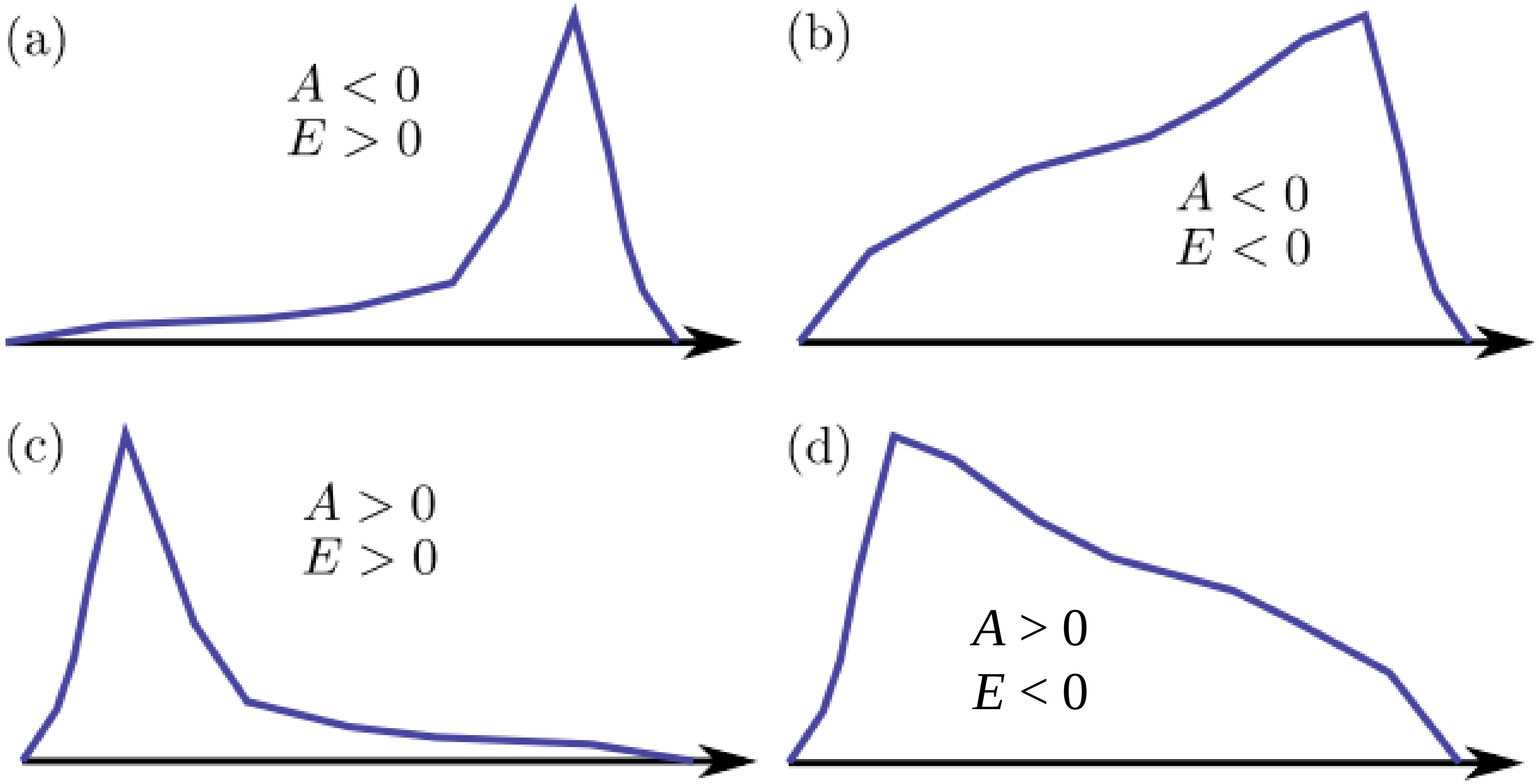
$$E = \frac{1}{n\sigma^4} \sum (x_i - \overline{x})^4 - 3$$



Püstakas

Lame

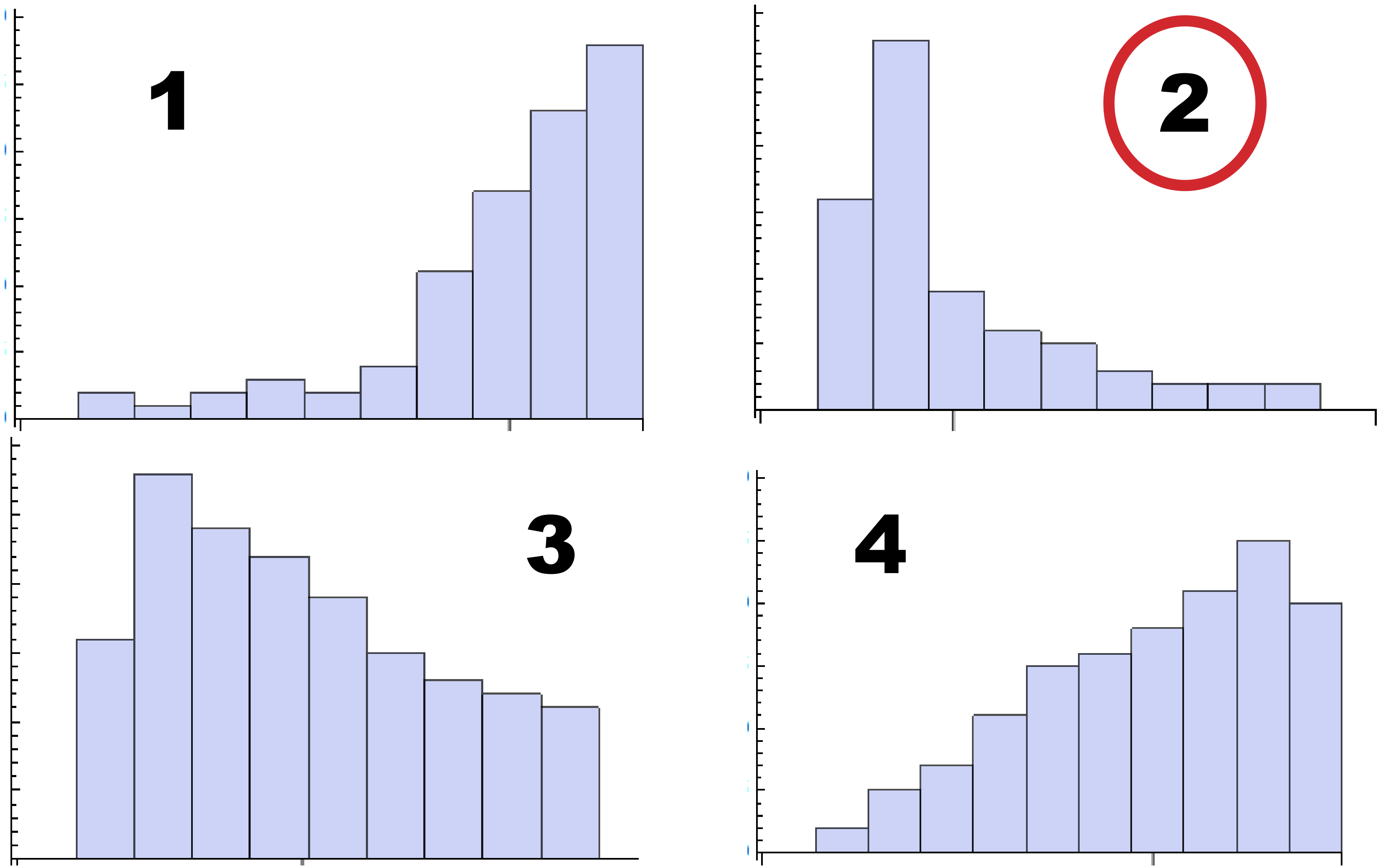
ASÜMMEETRIA JA PÜSTAKUSE KOMBINATSIOONID



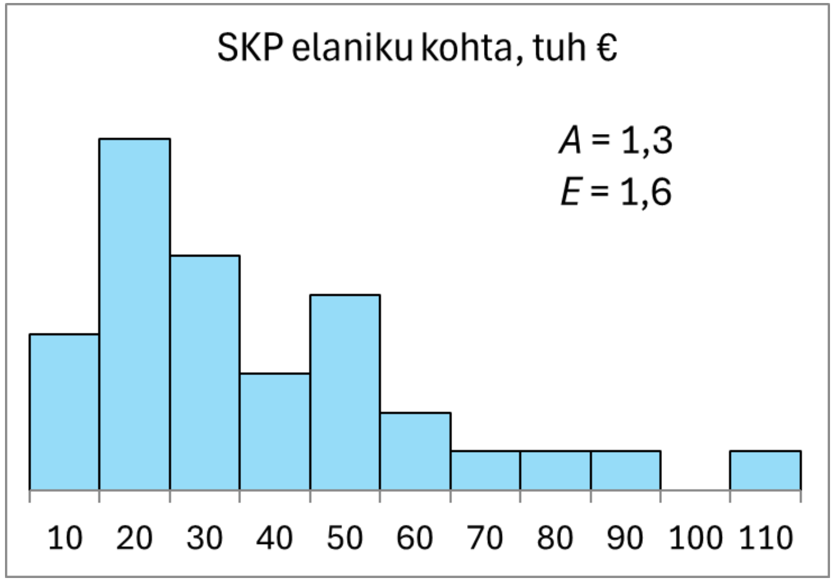
Demo: asümmeetria ja püstakus

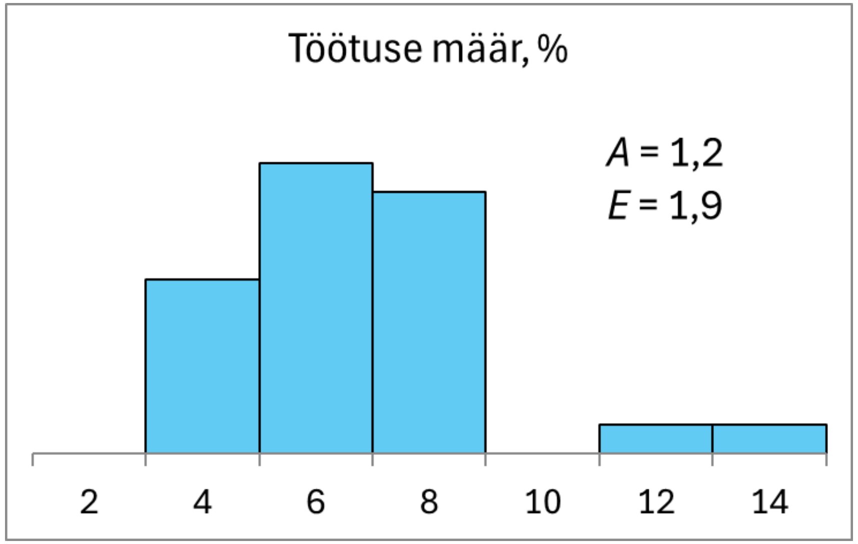
?

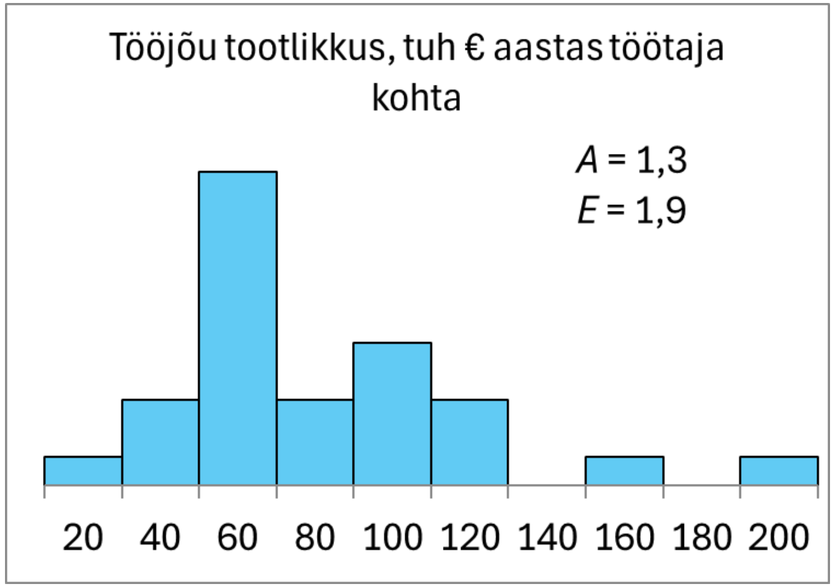
Jaotuse asümmeetriakordaja on 1,4 ja püstakuse kordaja 1,3.
Milline diagramm kirjeldab seda jaotust?

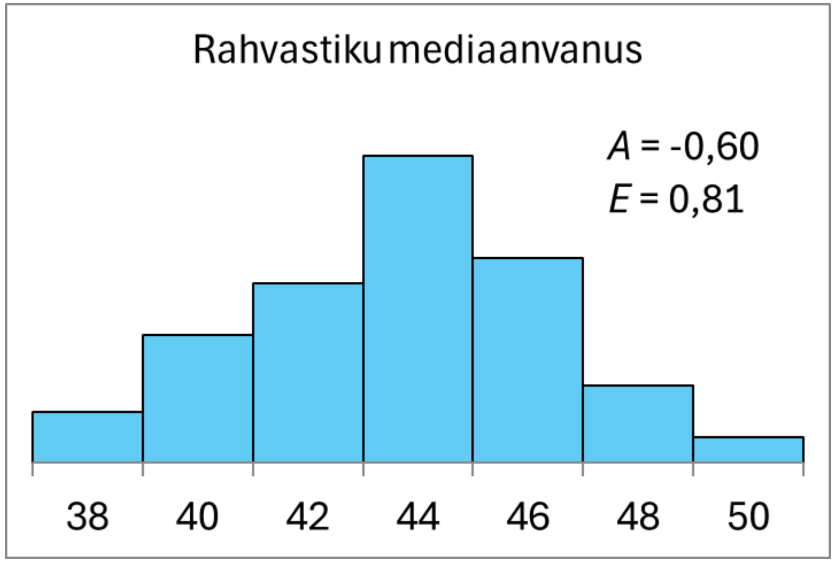


NÄIDE: EUROOPA RIIKIDE ANDMED AASTAL 2023









STATISTILISED MOMENDID

MOMENT

Tunnuse *k*-ndat järku moment väärtuse *a* suhtes on väärtuste x_i ja arvu *a* vaheliste hälvete *k*-ndat järku astmete aritmeetiline keskmine:

$$M_k = \frac{\sum (x_i - a)^k}{n}$$

Algmoment, kui $a = 0$ $$m_k = \frac{\sum x_i^k}{n}$$ *raw moment*

Keskmoment, kui $a = \bar{x}$ $$\mu_k = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^k}{n}$$ *central moment*

VAADELDUD NÄITAJAD KUI MOMENDID

Aritmeetiline keskmine $$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$ 1. järku algmoment

Dispersioon $$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$$ 2. järku keskmoment

$$\mu_3 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^3}{n}$$ 3. järku keskmoment

Asümmeetriakordaja $$A = \frac{1}{n\sigma^3} \sum (x_i - \bar{x})^3 = \frac{\mu_3}{\sigma^3}$$

2. JÄRKU TINGMOMENDI MINIMEERIMINE

Vaatleme 2. järku tingmomenti $M(a) = \dfrac{\sum (x_i - a)^2}{n}$

Millise *a* väärtuse korral on *M*(*a*) minimaalne? *M*(*a*) -> min

Tuleb leida tuletis *a* suhtes ja panna see võrduma 0-ga.

$$\frac{dM(a)}{da} = \frac{1}{n}\frac{d}{da}\sum (x_i - a)^2 = \frac{1}{n}\sum \frac{d}{da}(x_i - a)^2 = \frac{2}{n}\sum (x_i - a)(-1)$$

$$\frac{dM(a)}{da} = 0 \Rightarrow \sum (x_i - a) = 0$$

$$\sum x_i - na = 0$$

$$a = \frac{\sum x_i}{n} = \bar{x}$$

VARIEERUMINE JA ARITMEETILINE KESKMINE

Aritmeetilise keskmise uus tõlgendus:

Aritmeetiline keskmine on tunnuse selline väärtus, mille suhtes on varieerumine (ruutkeskmise hälbe mõttes) kõige väiksem.

$$M(a)=\frac{\sum(x_i-a)^2}{n}$$

$M(a)$ -> min

$a=\bar{x}$

$$M(\bar{x})=\frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n}=\sigma^2$$

dispersioon

KAHEVÄÄRTUSELISE TUNNUSE STANDARDHÄLVE

KAHEVÄÄRTUSELINE TUNNUS

Sugu:	mees	naine
Tööhõive:	töötab	ei tööta
Kas te omate eramut?		jaa ei
Kas te pooldate ……?		jaa ei

Kodeeritakse	0	1

KAHEVÄÄRTUSELISE TUNNUSE ARITMEETILINE KESKMINE

Kaheväärtuselise tunnuse {0, 1} aritmeetiline keskmine on

$$\bar{x} = p = \frac{m}{n}$$

kus *n* on kogumi maht, *m* ühtede arv ja *p* ühtede osakaal kogumis.

Näiteks 10 väärtust: 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0

Aritmeetiline keskmine

$$\bar{x} = \frac{0+0+1+1+0+1+1+1+0}{10} = \frac{5}{10} = 0{,}5$$

KAHEVÄÄRTUSELISE TUNNUSE DISPERSIOON JA STANDARDHÄLVE

Kaheväärtuselise tunnuse dispersioon on

$$\sigma^2 = p(1-p)$$

ja standardhälve

$$\sigma = \sqrt{p(1-p)}$$

Näide: töötuse määr Eestis 2022.

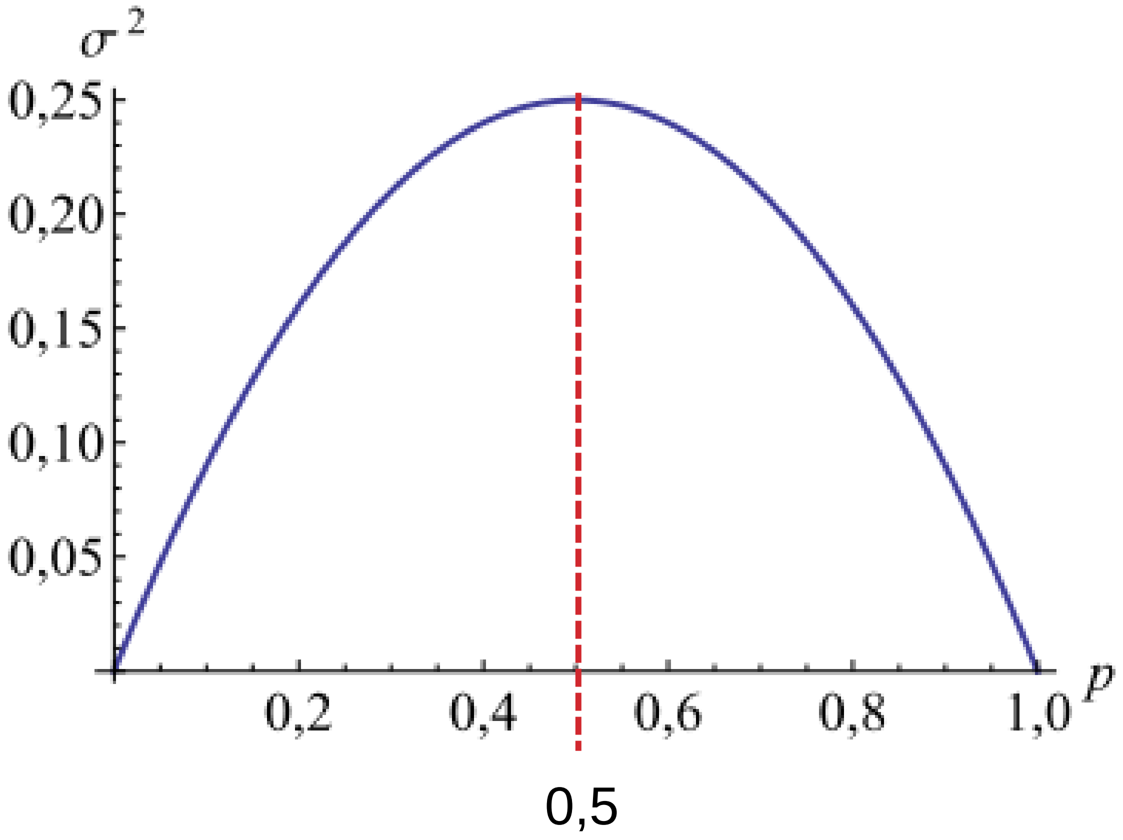
meeste hulgas 6,3% $\sigma = \sqrt{0,063 \cdot (1-0,063)} \approx 0,243$

naiste hulgas 5,4% $\sigma = \sqrt{0,054 \cdot (1-0,054)} \approx 0,226$

DISPERSIOONI SÕLTUVUS OSAKAALUST

$$\sigma^2 = p(1-p) = p - p^2$$

Parabool, mille maksimumkoht on p=0,5.



VARIEERUVUS ASENDIKESKMISTE ABIL

STANDARDHÄLBE TUNDLIKKUS EKSTREEMSETE VÄÄRTUSTE SUHTES

Standardhälve iseloomustab hälbeid aritmeetilisest keskmisest.
Aritmeetiline keskmine on tundlik ekstreemsete väärtuste suhtes =>
Standardhälve on tundlik ekstreemsete väärtuste suhtes.

	Kogum 1	Kogum 2
	1,1	1,1
	1,5	1,5
	2,1	2,1
	2,4	2,4
	3	10
Aritmeetiline keskmine	2,02	3,42
Standardhälve	0,668	3,321
Variatsioonikordaja	33%	97%

Ekstreemsete väärtuste esinemisel võib varieerumise iseloomustamiseks kasutada asendikeskmiste põhjal leitud näitajaid.

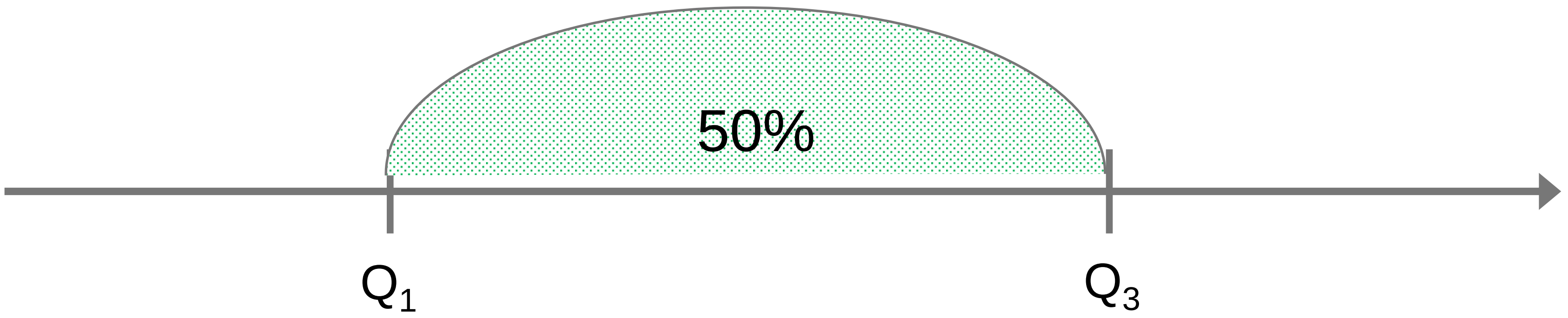
KVARTIILHAARE

interquartile range

Kvartiilhaare on kolmanda kvartiili Q_3 ja esimese kvartiili Q_1 vahe:

$$IQR = Q_3 - Q_1$$

Kvartiilhaarde sisse jääb alati jääb 50% variatsioonrea väärtustest.



NÄIDE: KESKMISE KUUPALGA KVARTIILHAARE

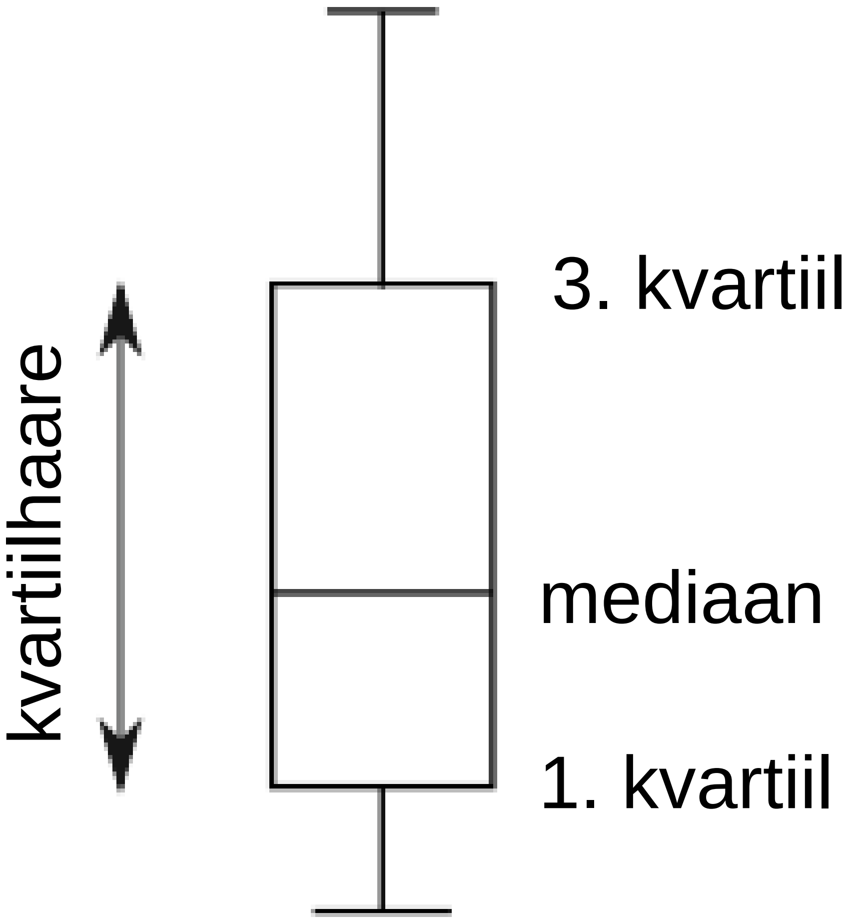
Keskmine kuupalk (eurot) Eesti ettevõtetes 2013-2017

	2013	2014	2015	2016	2017
3. kvartiil	770	750	720	790	860
Mediaan	430	440	470	520	560
1. kvartiil	280	280	330	380	410
Kvartiilhaare	**490**	**470**	**390**	**410**	**450**

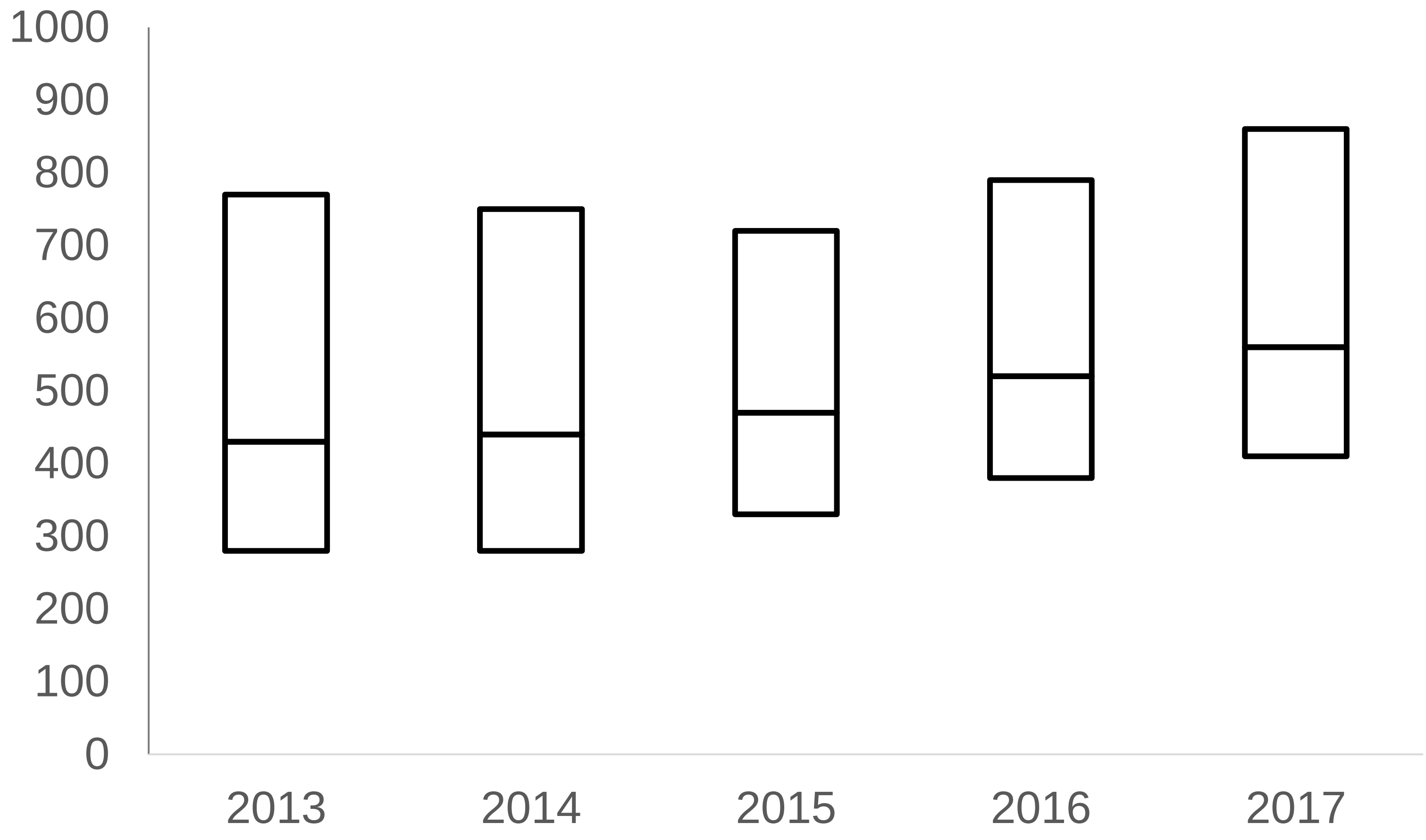
Allikas: Eesti Statistikaamet, tabel EM024: Ettevõtete asendikeskmised suhtarvud (kvartiilid, mediaan)

KARPDIAGRAMM

boxplot



NÄIDE: KESKMISE KUUPALGA KARPDIAGRAMMID

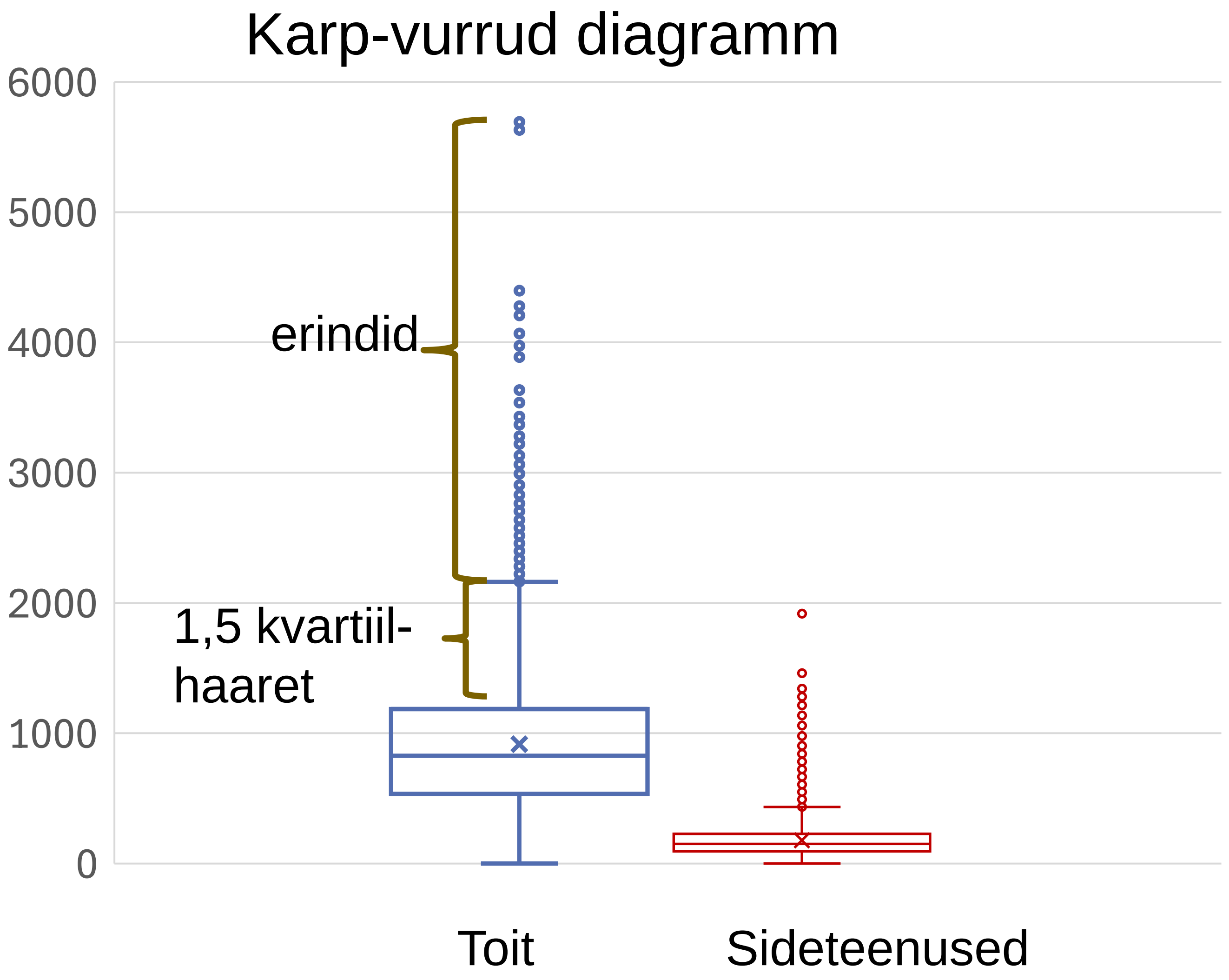


NÄIDE: PEREDE KULUD ERINEVATELE HÜVISTELE

box and whisker

2012. aasta Eesti leibkonnauuring, 9080 peret

Kulud pereliikme kohta aastas, eurot



DETSIILHAARE

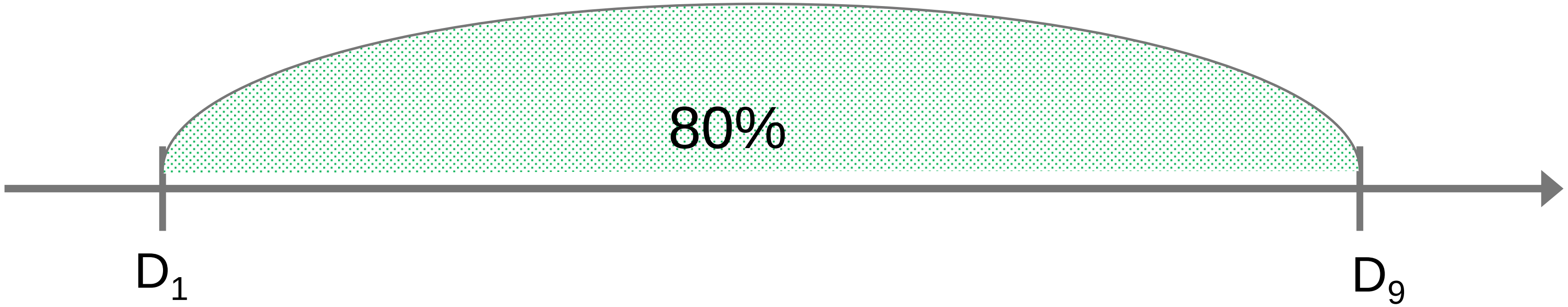
interdecile range

Detsiilhaare on 9. detsiili D_9 ja 1.detsiili D_1 vahe:

$$IDR = D_9 - D_1$$

Mitu protsenti kõikidest väärtustest jääb detsiilhaarde sisse?

Detsiilhaarde sisse jääb alati 80% variatsioonrea väärtustest.



NÄIDE: DETSIILHAARE

Sissetulekute jaotus mõningates Euroopa riikides: sissetulek ühe inimese kohta (tuh eurot).
2023. a. andmed

	Belgia	Kreeka	Hispaania	Portugal
1.detsiil	16,7	4,8	8,1	5,7
5. detsiil (mediaan)	29,0	10,1	18,3	11,8
9. detsiil	46,0	18,5	35,9	25,2
detsiilhaare	**29,3**	**13,8**	**27,8**	**19,4**

Millises riigis on sissetulekute varieerumine kõige suurem?

Allikas Eurostat. Distribution of income by quantiles

NÄIDE: SUHTELINE DETSIILHAARE

Sissetulekute jaotus mõningates Euroopa riikides: sissetulek ühe inimese kohta (tuh eurot).
2023. a. andmed

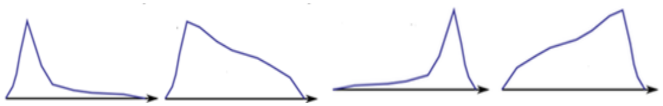
	Belgia	Kreeka	Hispaania	Portugal
1.detsiil	16,7	4,8	8,1	5,7
5. detsiil (mediaan)	29,0	10,1	18,3	11,8
9. detsiil	46,0	18,5	35,9	25,2
detsiilhaare	**29,3**	**13,8**	**27,8**	**19,4**
suhteline detsiilhaare	1,01	1,37	1,52	1,64

Kõige suurem

$$\frac{D_9 - D_1}{D_5}$$

Allikas Eurostat. Distribution of income by quantiles

MIDA VAATASIME?

- Variatsioonamplituud $R = x_{\max} - x_{\min}$
- Dispersioon $\sigma^2 = \dfrac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$
- Standardhälve $\sigma = \sqrt{\dfrac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}$
- Variatsioonikordaja $V_\sigma = \dfrac{\sigma}{\bar{x}}$ Varieerumise võrdlemiseks kõige sobivam
- Tšebõšovi teoreem Vahemikust $\bar{x} \pm k\sigma$ väljas vähem kui $1/k^2$
- Standardiseeritud skaala $z_i = \dfrac{x_i - \bar{x}}{\sigma}$
- Jaotuse kuju: asümmeetriakordaja ja püstakus 
- Statistilised momendid $M_k = \dfrac{\sum (x_i - a)^k}{n}$
- Kaheväärtuselise tunnuse standardhälve $\sigma = \sqrt{p(1-p)}$
- Varieeruvus asendikeskmiste abil: kvartiilhaare, karpdiagramm, detsiilhaare