

Finantsökonomieetria

TARM

TAAM

Ako Sauga

Loengu teemad

- Õppekorraldus
- Ühemõõtmelised aegread

Õppejõu kontaktandmed

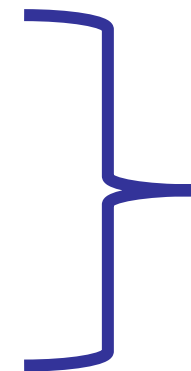
- E-post ako.sauga@taltech.ee
- Ruum SOC-480
- Koduleht www.sauga.pri.ee
- Individuaalsed konsultatsioonid
 - e-posti teel:
 - üle veebi MSTeamsis eelnevalt kokkulepitud ajal;
 - ruumis SOC-480 teisipäeviti 16:00 – 17:00;
 - registreerimine kodulehel www.sauga.pri.ee

Õppetöö korraldus

- Kontaktõpe 1.-11. õppenädalal vastavalt tunniplaanile.
 - Loeng 17:45 – 19:15
 - Kordamiseks on Moodles 2025. aasta loengute videod, mis avanevad loengujärgsel päeval.
 - Harjutused 19:30 – 21:00 Vajalik oma arvuti.
- L, 7. märts kell 10:00 külalisprofessor Juan Carlos Cuestas
 - Inglise keeles
 - Distantõpe
- Õppenädalad 12-14 ökonomeetrilise projekti koostamine,
- Õppenädal 15 kaasüliõpilaste projektide retsenseerimine.
- Detailne ajakava vt laiendatud ainekava.

Kursuse teemad

1. Ühemõõtmelised aegridade mudelid
2. Mittestatsionaarsed aegread. Ühikjuure testid.
3. Mitmemõõtmelised mudelid.
4. Kointegratsioon.
5. Volatiilsuse modelleerimine.
6. Mitmemõõtmeline volatiilsuse modelleerimine.
7. Mudeli jääkliikmete testimine. Endogeensus ja instrumenttunnused
8. Sündmusuuring.
9. CAPM mudeli testimine. Kvantiilregressioon.
10. Mõju hindamine. Paneelandmed
11. Tõenäosusmudelid.



Need teemad
on TAAM ja
TARM
rühmadel koos
igal aastal.

Tarkvara



TTÜ on ostnud Stata litsentsi üliõpilastele kasutamiseks.
Igal aastal tuleb litsentsi uuendada. Praegune litsents kehtib kuni 5. apr 2026.

Installeerimise juhend, abimaterjalid: vt viidet Moodlele.

Hindamine

- Individuaalne kodutöö ökonomeetriline projekt.
 - 30% lõpphindest. Esitamise tähtaeg 10. mai.
- Kahe kaasüliõpilase projekti retsenseerimine ja hindamine.
 - 10% lõpphindest. Esitamise tähtaeg 17. mai.
- Eksam, 60% lõpphindest
 - Teooria test (30% lõpphindest)
 - Abimaterjali kasutamine ei ole lubatud.
 - Ülesanded Statas (30% lõpphindest)
 - Abimaterjalide kasutamine on lubatud.
- Eksam toimub sessiooni ajal auditooriumis oma arvutis.

Miks kaasüliõpilaste tööde retsenseerimine?

Kõrgharidusstandard. Lisa 1 Kõrgharidustaseme õpiväljundid

Magistrikraadi saamiseks on lisaks bakalaureuse- või rakenduskõrgharidusõppes saavutatud õpiväljunditele õppija võimeline tõestama, et ta

- lahendab erialaga seotud ja erialaüleseid kompleksseid probleeme kohaste meetoditega, sh piiratud informatsiooni tingimustes, ning argumenteerib tõenduspõhiselt pakutavate lahenduste mõju;
- rakendab omandatud teadmisi ja oskusi kestlikult ja strateegiliselt, näidates loovust, algatusvõimet, vastutustunnet, meeskonna juhtimise oskust ning eriala tulevikusuundade ja ühiskondlike protsesside tundmist;
- **hindab enda ja teiste arenguvajadusi ning toetab teiste õppimist õpetades, juhendades ja/või muul viisil.**

Finantsökonomieetria õpiväljund 6: annab kaasõppijate ökonomeetrilistele projektidele argumenteeritud ja arengut toetavat tagasisidet.

KÜSIMUSI?

Ühemõõtmelised aegread

- ARIMA mudelid
- ARIMAX mudelid
- Sesoonsed SARIMA mudelid
- Aegridade spektraalanalüüs
- Sesoonne filtreerimine
- Sesoonne korrigeerimine

Brooks, C. (2019) „Introductory Econometrics for Finance“ Ch 6. Univariate Time-Series Modelling and Forecasting

Kangro, R. (2011) „Aegridade analüüs“.

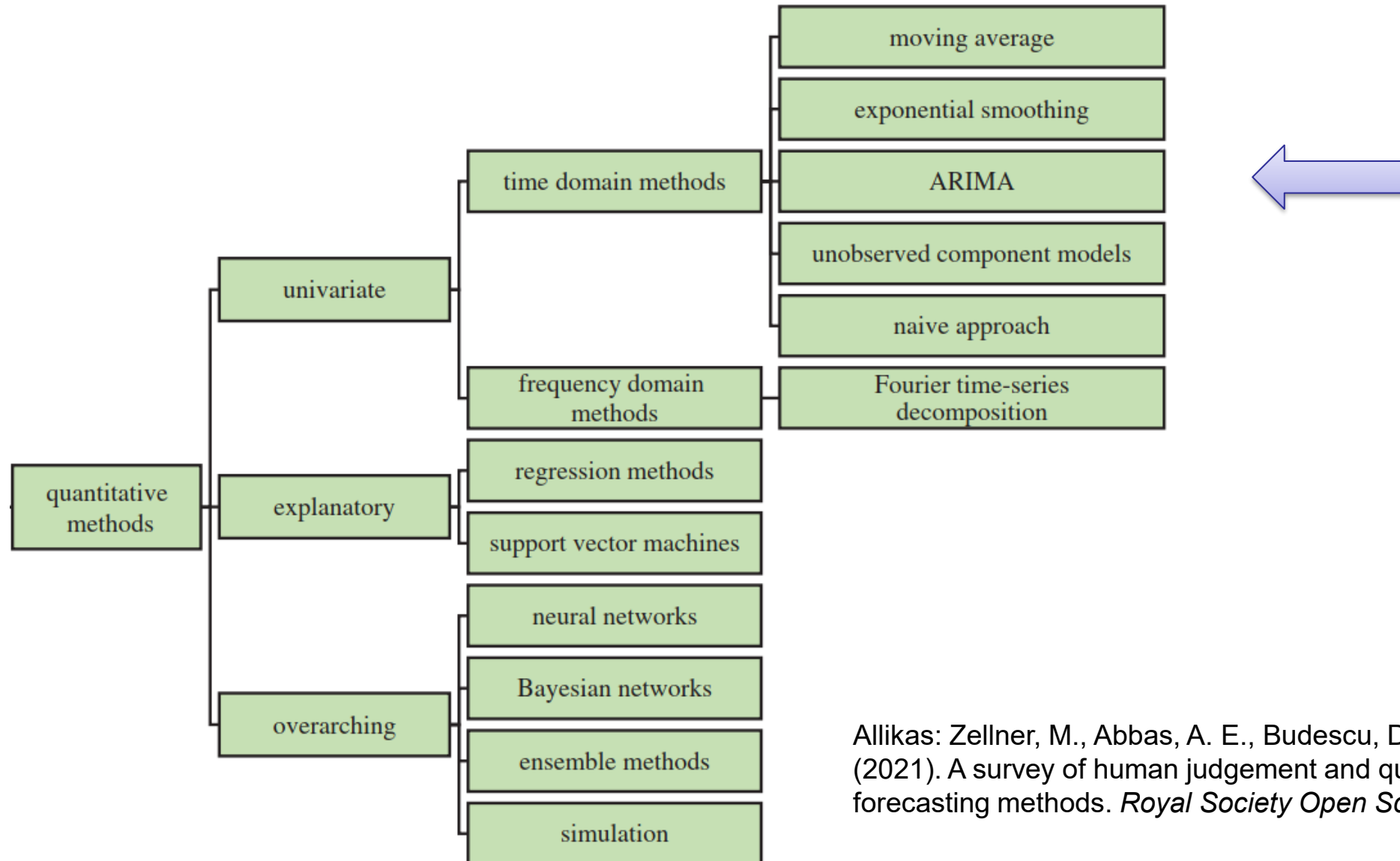
ARIMA MUDELID

Prognoosimine

- Aegridade analüüsi üks peamisi eesmärke on prognoosimine.
- Prognoosid on vajalikud majanduse hetkeolukorra ja võimalike arengusuundade hindamiseks.
- Majandusprognoose kasutavad enda tegevuse planeerimisel nii avalik kui erasektor.
 - Avalik sektor kasutab prognoose näiteks fiskaal- ja monetaarpoliitika elluviimiseks.
 - Erasektor nt eelarvete koostamisel, võimalike uute turgude analüüsimisel, riskide hindamisel jne.



Kvantitatiivsete prognoosimismeetodite jagunemine



Allikas: Zellner, M., Abbas, A. E., Budescu, D. V., & Galstyan, A. (2021). A survey of human judgement and quantitative forecasting methods. *Royal Society Open Science*, 8, 201187.

Aegridade mudelid

- Aegrea mudel näitab, kuidas juhuslikkus mõjutab vaadeldavale aegreale vastavate andmete tekkimist.
- Mudelist lähtudes saame
 - kontrollida selle sobivust antud aegrea kirjeldamiseks;
 - tuletada teoreetiliselt põhjendatud arvutuseeskirjad;
 - vastava aegrea erinevate komponentide leidmiseks;
 - tuleviku prognoosimiseks (koos usalduspiiridega).

Aegridade teooria rakendamise etapid

1. Sobiva matemaatilise mudeli valik.
2. Mudeli kalibreerimine olemasolevate andmetega ning mudeli kirjeldusvõime kontroll.
3. Mudeli põhjal prognoositud väärtuste ning nende usalduspiiride leidmine.

NÄIDE: makroökonoomika suuruste prognoosimine

Euroopa Keskpannga analüütikute poolt teostati **SKP kasvu**, **THI** ja **lühiajalise intressimäära** prognoosid 5 Euroopa Liiduga mais 2004 liitunud riigi jaoks: Tšehhi, Ungari, Poola, Slovakkia ja Sloveenia.

Kvartaalsed andmed 1994:1- 2002:2.

Ühesammuline prognoosimine perioodil 1994:1-2000:2.

Dünaamiline prognoosimine 8 kvartalit edasi kuni 2002:2.

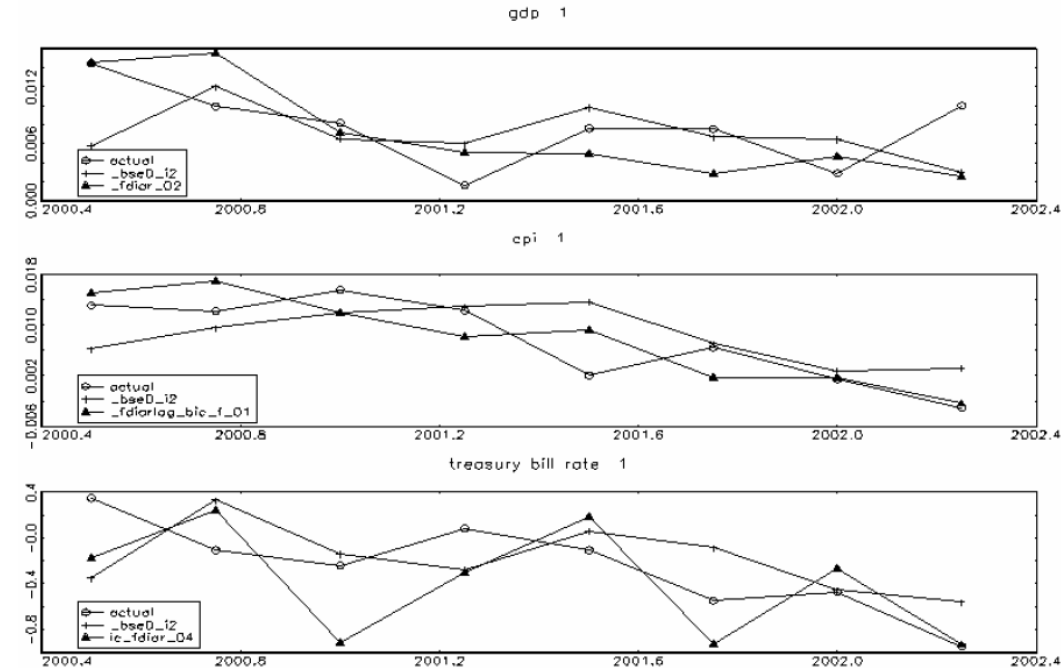
Võrreldi erinevate prognoosimismeetodite täpsust.

Kasutati järgmisi prognoosimismeetodeid:

- autoregressiivne mudel AR;
- 2. järku diferentside autoregressiivne mudel;
- autoregressiivne mudel koos keskväärtuse korrigeerimisega (struktuursed muutused);
- autoregressiivne mudel koos eksogeensete tunnustega (XARIMA);
- vektorautoregressiivne mudel VAR;
- faktormudelid: seletavate tunnustega ehk faktoritega regressioonimudelid, kus sees faktorite viitajad.

Banrejee, A., Marcellino, M., Masten, I. (2005) Forecasting Macroeconomic Variables for the New Member States of the European Union. *Working Paper Series* No 482., ECB.

Figure 1: The Czech Republic (I(1) prices and wages)



ARMA mudeli üldkuju

$$y_t = c + \sum_{i=1}^p \phi_i y_{t-i} + u_t + \sum_{i=1}^q \theta_i u_{t-i}$$

p järku autoregressiivne
komponent

q järku libiseva keskmise
komponent

AR(p) $y_t = c + \sum_{i=1}^p \phi_i y_{t-i} + u_t$

$$E[y] = \frac{c}{1 - \sum_{i=1}^p \phi_i}$$

Karakteristlik võrrand

$$1 - \phi_1 \lambda - \phi_2 \lambda^2 - \dots - \phi_p \lambda^p = 0$$

AR(p) on statsionaarne siis, kui
karakteristlikud juured asuvad
väljaspool ühikringi.

MA(q) $y_t = \mu + u_t + \sum_{i=1}^q \theta_i u_{t-i}$

$$E[y] = \mu$$

Statsionaarne

ARMA mudel pole ühene

- Aegrea ARMA mudel ei ole üheselt määratud.
- Mingi statsionaarse aegrea $\{y_0, y_1, \dots, y_T\}$ võib esitada erinevate ARMA mudelite kaudu.
- Võib esitada
 - MA esituses;
 - AR esituses.

Woldi dekompositsiooni teoreem

Wold's Decomposition Theorem
Wold Representation Theorem

Iga statsionaarse aegrea võib esitada kahe protsessi summana:
deterministlik osa;
stohhastiline osa kujul $MA(\infty)$.

Statsionaarne aegrida $y_t = c + \sum_{i=1}^p \phi_i y_{t-i} + u_t$

Deterministlik

Stohhastiline

$$y_t = \mu + \sum_{i=0}^{\infty} \theta_i u_{t-i}, \quad u_t \sim i.i.d \ N(0, \sigma^2)$$

$MA(\infty)$ esitus

$$\theta_0 = 1, \quad \sum_{i=1}^{\infty} \theta_i^2 < \infty$$

$MA(\infty)$ esitust kasutatakse AR protsessi autokorrelatsiooni kordajate ACF arvutamisel.

AR(1) mudel MA(∞) esituses

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + u_t \quad \text{AR(1)}$$



$$y_t = \sum_{i=0}^{\infty} \phi_1^i u_{t-i} \quad \text{MA}(\infty) \text{ esitus}$$

Lähtudes Yule-Walkeri võrranditest, saab näidata, et sellise aegrea korral viitajale s vastav autokorrelatsioonikordaja

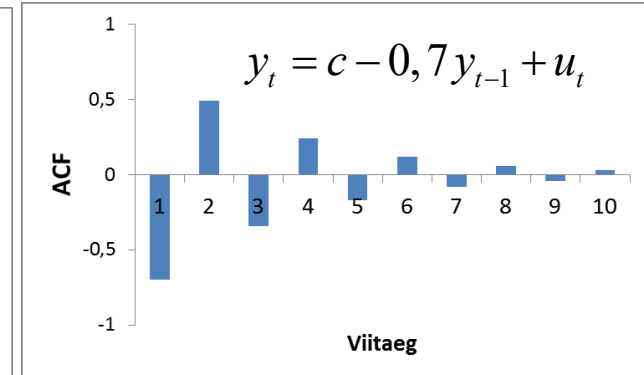
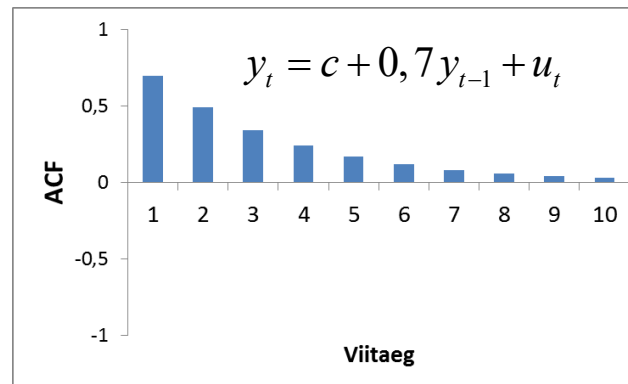
$$\rho_s = \phi_1^s$$

Kuna statsionaarsel juhul $|\phi_1| < 1$ siis $|\rho_s|$ väheneb kiiresti.

Näide

s	$\phi_1 = 0,7$	$\phi_1 = -0,7$
1	0,7	-0,7
2	0,49	0,49
3	0,34	-0,34
4	0,24	0,24

Autokorrelatsiooni funktsioon ACF



MA protsessi pööratavus

$$\text{MA}(q) \quad y_t = \mu + u_t + \sum_{i=1}^q \theta_i u_{t-i}$$

invertibility condition

Pööratava MA(q) protsessi saab esitada AR(∞) mudelina:

$$\text{AR}(\infty) \quad y_t = c + \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i y_{t-i} + u_t$$

Millal on MA(q) pööratav?

MA(q) protsessi karakteristlik võrrand $1 + \theta_1 \lambda + \theta_2 \lambda^2 + \dots + \theta_q \lambda^q = 0$

Karakteristlikud juured on selle võrrandi lahendid.

Pööratavuse jaoks vajalik ja piisav tingimus: kõik karakteristlikud juured asuvad väljaspool ühikringi (nende moodul >1).

MA protsessi pööratavuse tingimus on matemaatiliselt sama, mis AR protsessi statsionaarsuse tingimus.

AR(∞) esitust kasutatakse MA protsessi osalise autokorrelatsiooni kordajate PACF arvutamisel.

MA(1) mudeli AR(∞) esitus

$$y_t = u_t + \theta_1 u_{t-1}$$

MA(1)

Pööratavuse
tingimus $|\theta_1| < 1$



$$y_t = \sum_{i=1}^{\infty} (-\theta_1)^i y_{t-i} + u_t$$

AR(∞) esitus

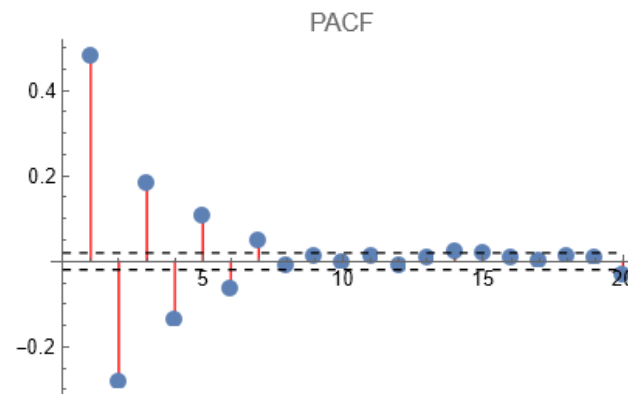
Järelikult y_t väärtus sõltub otseselt kõikidest eelmistest väärtustest: osaline autokorrelatsioon.

Kui $|\theta_1| < 1$, siis mõju väheneb eksponentsiaalselt, sest astmenäitaja i kasvab.

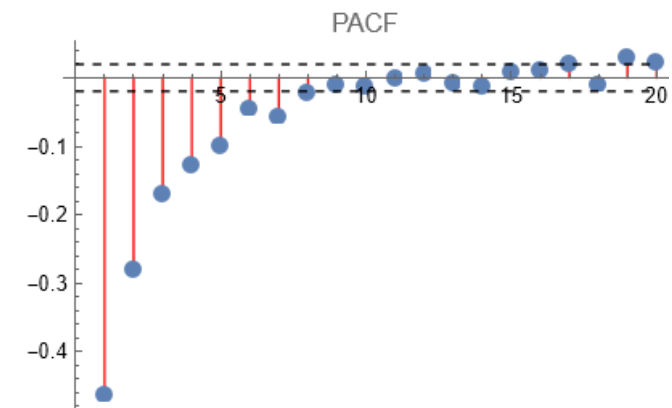
Järelikult MA protsessi PACF väheneb eksponentsiaalselt või ostsilleerudes.

Näiteks

$$y_t = u_t + 0,7u_{t-1}$$

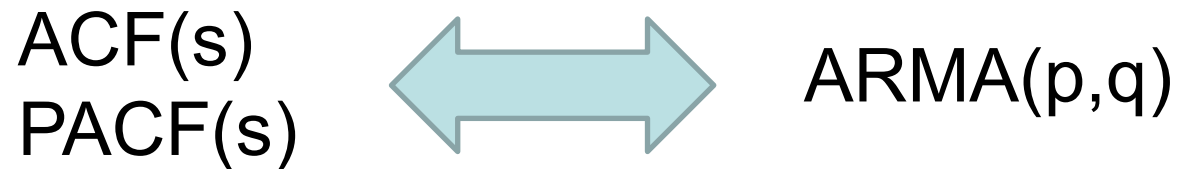


$$y_t = u_t - 0,7u_{t-1}$$



ARMA mudelite identifitseerimine

- Autokorrelatsiooni funktsioon $ACF(s)$ ja osalise autokorrelatsiooni funktsioon $PACF(s)$ on valemitest leitavad, kui on teada $ARMA(p,q)$ mudel, st AR järk p ja MA järk q . Siin s on viitaja järk.
- Järelikult igal $ARMA(p,q)$ mudelil on **oma kindel korrelatsiooni** struktuur.
- Teiselt poolt: korrelatsiooni struktuuri määrates on võimalik määrata ARMA mudeli järgud.

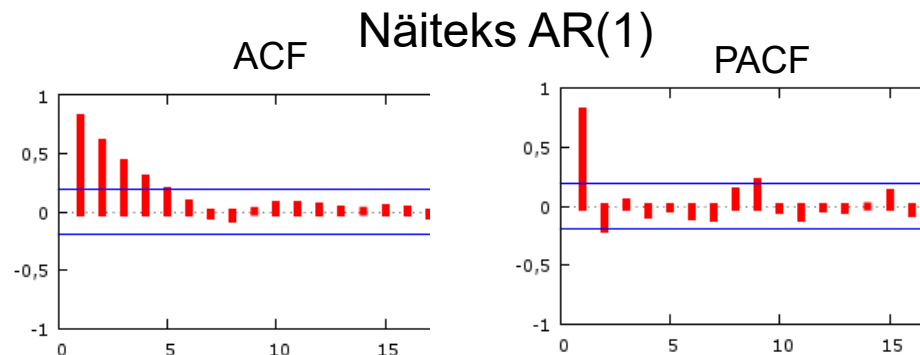


- Korrelatsiooni struktuuri määramiseks uuritakse autokorrelatsiooni ja osalise autokorrelatsiooni korrelogramme, kus esitatakse $ACF(s)$ ja $PACF(s)$ visuaalselt.

AR ja MA järkude määramine ACF ja PACF järgi

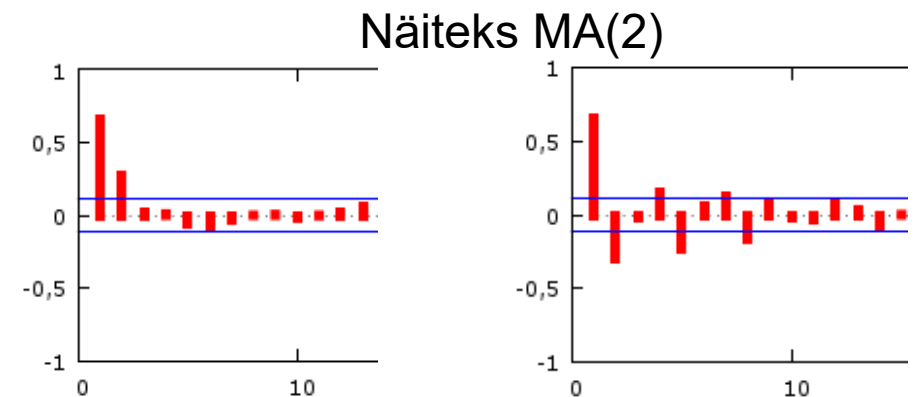
Puhtalt autoregressiivne protsess $AR(p)$:

- eksponentsiaalselt või ostsilleeruvalt kahanev ACF;
- oluliselt nullist erinevad PACF väärtused annavad AR järatud.



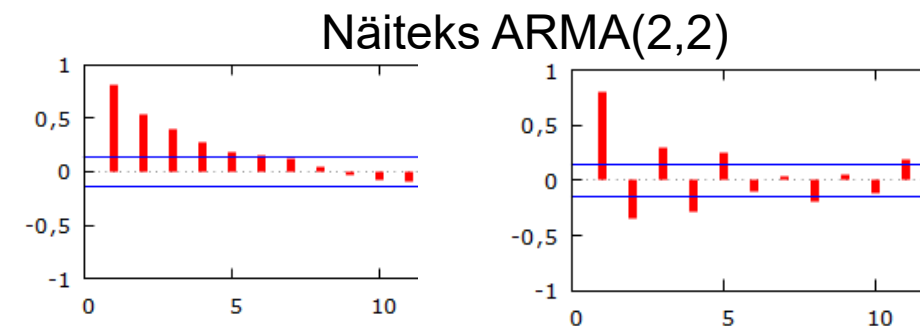
Puhtalt libiseva keskmise protsess $MA(q)$:

- eksponentsiaalselt või ostsilleeruvalt kahanev PACF;
- oluliselt nullist erinevad ACF väärtused annavad MA järatud.



Kui $ARMA(p,q)$, siis ACF ja PACF mõlemad vähenevad eksponentsiaalselt või ostsilleerudes ning järkused p ja q pole võimalik üheselt määrata.

Siis abiks [informatsioonikriteeriumid](#).



Informatsioonikriteeriumid

- Kui korrelogrammide järgi pole võimalik ARMA mudelit üheselt identifitseerida, tuleb hinnata erinevaid mudeleid ja neid võrrelda.
 - Võrdlemiseks kasutatakse informatsioonikriteeriumeid (*information criteria*).
 - Informatsioonikriteeriumite kasutamine mudelite võrdlemisel põhineb informatsiooniteoorial.
-
- Andmed on genereeritud mingi protsessi DGP (*data generating process*) poolt.
 - Olgu meil kaks mudeli kandidaati M1 ja M2.
 - **Parem on mudel, mille korral informatsiooni kadu on väiksem.**
 - Aga reaalsuses me ei tea protsessi DGP.

Akaike (1974) näitas, et kasutades informatsioonikriteeriumit AIC, võime me siiski ligikaudu hinnata, kumma mudeli korral on informatsiooni kadu väiksem.

Korrelogrammid või informatsioonikriteeriumid

Mis on mudeli identifitseerimisel parem?

- Korrelogrammid on määratud otseselt ARMA mudeli struktuuriga

AGA

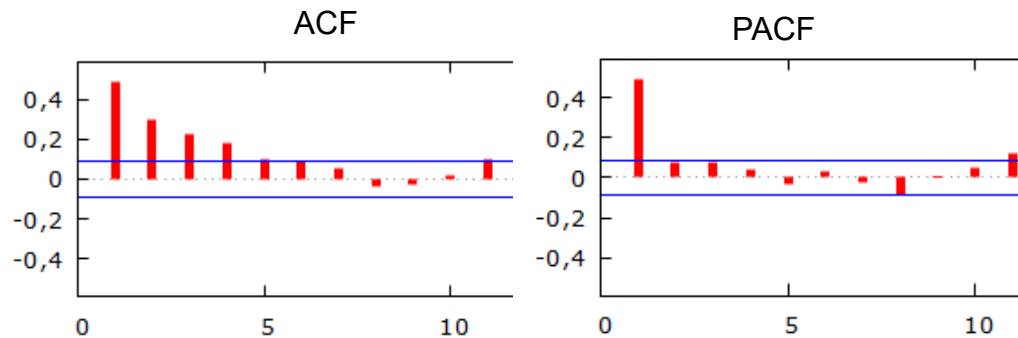
- kasutatavad vaid puhtalt AR või MA korral;
- neid mõjutavad juhuslikud šokid u , mis teevad korrelogrammi segasemaks.
- Informatsioonikriteeriumid pole otseselt määratud ARMA mudeli struktuuriga.

Näide: andmeid genereeriv mudel on AR(1)

$$y_t = 2 + 0,5y_{t-1} + u_t$$

Informatsioonikriteeriumid: õige annab vaid BIC

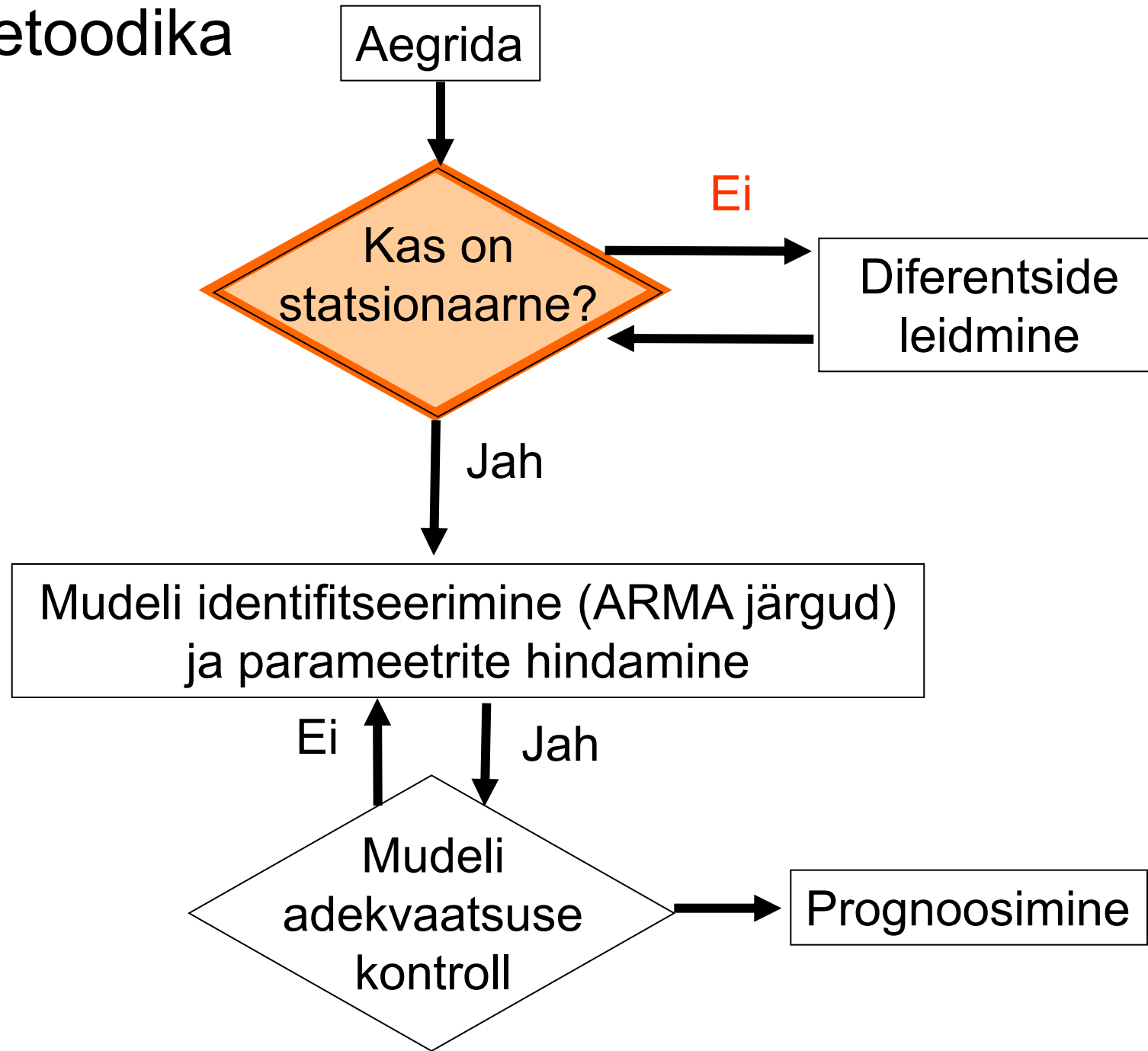
Korrelogrammid:
AR(1)



p, q	AIC	BIC	HQC
0, 0	1564,5267	1572,9559	1567,8343
0, 1	1460,3729	1473,0168	1465,3343
0, 2	1441,0785	1457,9369	1447,6937
0, 3	1435,1117	1456,1847	1443,3807
1, 0	1425,7235	1438,3673*	1430,6849
1, 1	1423,3953*	1440,2538	1430,0105*

Informatsioonikriteeriumeid kasutada vaid siis, kui korrelogrammidelt ei saa määrata.

Box-Jenkinsi metoodika



ARIMAX MUDELID

ARIMAX (ehk XARIMA) mudelid

1. Vaja hinnata regressioonmudelit, kus x_1 ja x_2 on eksogeensed tunnused. $y_t = b_0 + b_1x_{1t} + b_2x_{2t} + u_t$

Kui aga mudeli jääkliikmete aegreas esineb autokorrelatsioon, näiteks u_t aegrida on AR(1) tüüpi. Siis autokorrelatsiooni arvestamiseks lisatakse mudeli paremale poole sõltuva tunnuse viitaeg:

$$y_t = c + \phi y_{t-1} + \gamma_1 x_{1t} + \gamma_2 x_{2t} + \varepsilon_t$$

See on ARIMAX(1,0,0): AR(1) pluss eksogeensed tunnused.

2. Soovitakse prognoosida aegrida y_t . Kasutatakse ARIMA(p,d,q) mudelit. Parema prognoosi saamiseks lisatakse teatud eksogeensed tunnused, tihti viitaegadega.

Üldisem kuju ARIMAX(p,0,q)

$$y_t = c + \sum_{i=1}^p \phi_i y_{t-i} + \sum_{i=1}^k \beta_i \mathbf{X}_{t-i} + u_t + \sum_{i=1}^q \theta_i u_{t-i}$$

$\mathbf{X}$ on eksogeensete tunnuste vektor. Eksogeensed tunnused on viitajaga järguni k .

ARIMA(p,d,q) järgud p ja q leitakse tihti informatsioonikriteeriumi abil.

NÄIDE: kinnisvaraturu prognoosimine Kanadas

Kinnisvara turu prognoosimine Kanadas. Kuised andmed perioodil 2002 apr kuni 2011 märts.

Sõltuvaks tunnuseks S&P/TSX Capped Real Estate Index, mis iseloomustab Kanada kinnisvaraturgu.

Eksogeenseteks tunnusteks SKP, inflatsioon, lühi- ja pikaajaliste võlakirjade intressimäär ning USA ja Kanada dollari vahetuskurss.

Prooviti erinevaid mudeleid, AR ja MA järgud tehti kindlaks korrelogrammide ja informatsioonikriteeriumite abil.

Edasi võrreldi 3 mudeli prognoosimisvõimet:

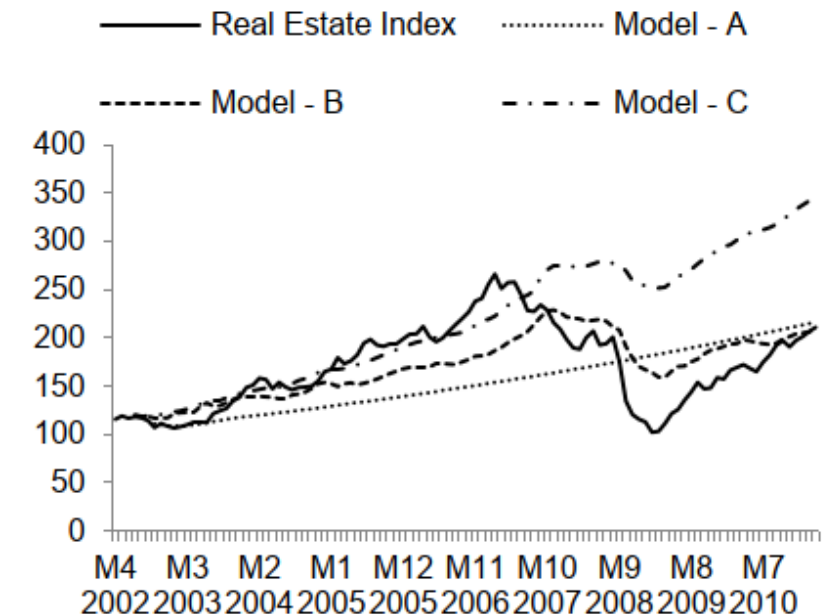
mudel A ARIMA(5,1,1),

mudel B ARIMAX(1,1,1) parim prognoos

mudel C ARIMAX(1,1,1)-GARCH(1,1)

Järeldus: eksogeensete tunnuste lisamine ARIMA mudelisse parandab mudeli prognoosimisvõimet.

Vishwakarma, V.K.(2013), Forecasting Real Estate Business: Empirical Evidence from the Canadian Market. *Global Journal of Business Research*, v. 7 (3) pp. 1-14, 2013,



Set I - Model Estimation M4 2002 - M3 2011,
Dynamic Forecast M4 2002 - M3 2011

NÄIDE: Tai ekspordi prognoosimine

Tai eksport erinevatesse riikidesse perioodil jaan 1996 - dets 2011.

Eksogeenseks tunnuseks iga ekspordipartneri korral tema OECD juhtindikaator CLI (*Composite leading indicator*).

Statsionaarsuse saavutamiseks kõikidest aegridadest 1. järku diferents.

ARMA järkude leidmiseks kasutati Schwarzi informatsioonikriteeriumi.

Mudelite prognoosimisvõime võrdlemiseks kasutati prognoosi keskmist ruutviga MSE.

See on toodud alljärgnevas tabelis (*Table 1*).

	$h = t + 1$		
	ARIMAX	ARIMA	D - M
China	37,815	46,363	-8,547
Japan	17,848	26,249	-8,401.4**
USA	13,261	22,363	-9,102.6***
EU(27)	27,801	43,958	-16,156.8**
Hong Kong	28,391	29,452	-1,061
Malaysia	18,689	20,185	-1,497
Singapore	22,500	24,574	-2,074
India	2,430	2,346	84
Vietnam	5,545	5,838	-292.3
Indonesia	7,495	9,665	-2,170
Australia	35,772	31,962	3,809*
Other countries	163,921	226,126	-62,205**
World	1,834,572	2,891,132	-1,056,560**

Veerus D-M on mudelite prognoosimisvõime erinevus.

Enamike riikide korral negatiivne, st ARIMAX mudelil MSE väiksem.

Tärniga on märgitud, kui erinevus statistiliselt oluline.

Kongcharoen, C., and Kruangpradit, T. , "Autoregressive integrated moving average with explanatory variable (ARIMAX) model for Thailand export." 33rd International Symposium on Forecasting, South Korea. 2013.

SEASONAL ARIMA MODEL

Aditiivne ja multiplikatiivne sesoonsus

Sesoonsus võib olla

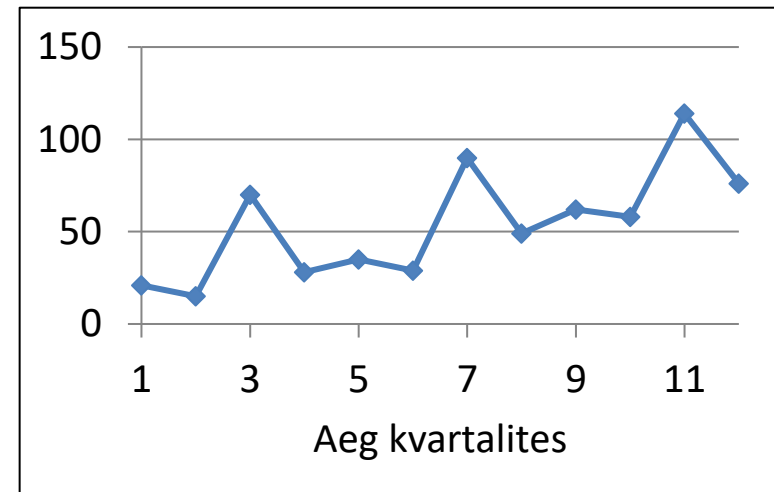
– aditiivne

- kõrvalekalded ühesuguse amplituudiga;
- eemaldamiseks leitakse sesoonsed diferentsid.

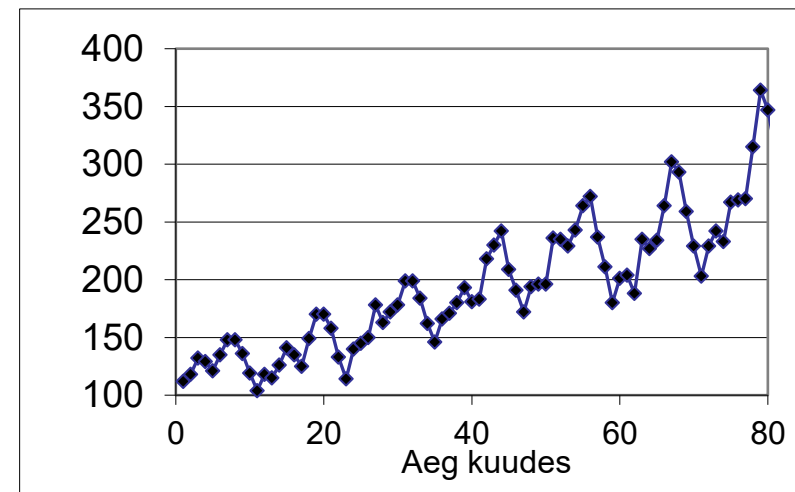
– multiplikatiivne

- kõrvalekalded trendist muutuvad;
- ei saa eemaldada;
- tuleb modelleerida sesoonsete AR ja MA komponentidega.

Aditiivne sesoonsus



Multiplikatiivne sesoonsus



Sesoonse ARIMA tähistused

$$\text{ARIMA } (p,d,q) \times (P,D,Q)_s$$

p, q	mittesesoonsed ARMA koefitsiendid
d	mittesesoonsed diferentsid
P	multiplikatiivsed autoregressiivsed koefitsiendid
D	sesoonsed diferentsid
Q	multiplikatiivsed libiseva keskmise koefitsiendid
s	sesoonsuse periood (kvartaalsed 4, kuised 12)

d ja D ei ole tavaliselt suuremad kui 1

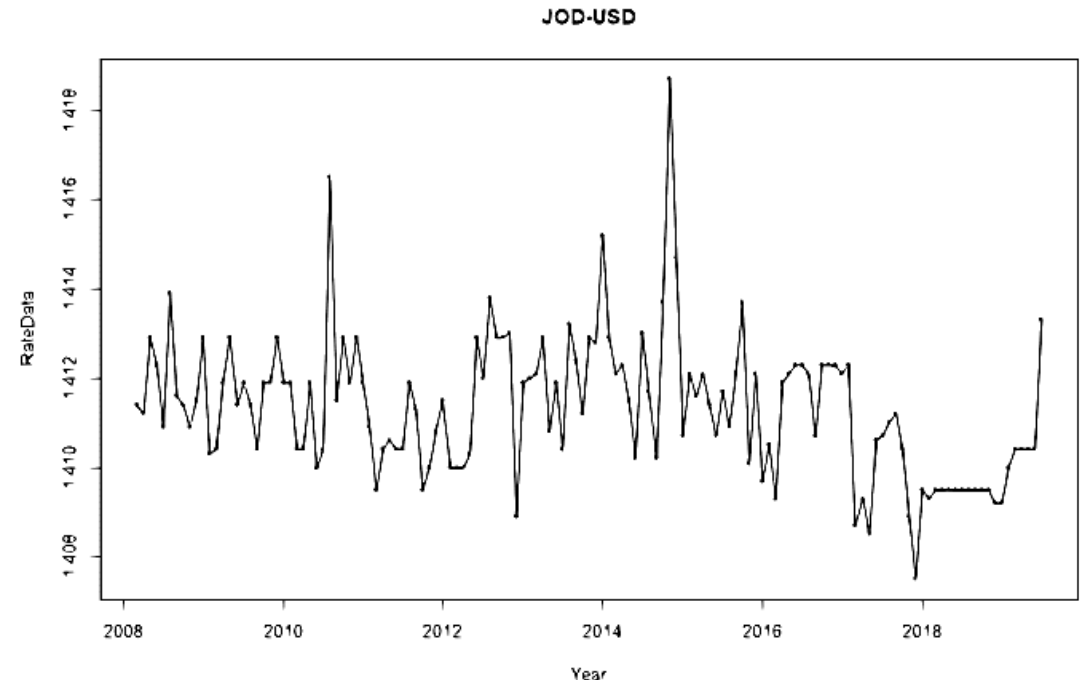
Kasutatakse ka tähistust SARIMA.

NÄIDE: Jordaania dinaari ja USD vaheline kurss

Jordaania dinaari ja USA dollari vaheline kurss
ajavahemikul märts 2008 – juuli 2019, kuised andmed.

Prooviti erinevaid mudeleid:

Model with zero mean	AIC	BIC
ARIMA(1,0,1)	-1491.853	-1483.115
ARIMA(2,0,1)	-1489.855	-1478.204
ARIMA(1,0,2)	-1489.855	-1478.204
ARIMA(2,0,2)	-1487.864	-1473.3
ARIMA(2,0,0)	-1473.47	-1464.732
SARIMA(1,0,1)(1,0,0)₁₂	-1490.49	-1478.84
SARIMA(1,0,1)(0,0,1) ₁₂	-1490.389	-1478.738



Valiti välja üks mittesesoonne ja üks sesoonne mudel ning võrreldi nende prognoosimisvõimet valimi sees.

Parim mudel kursi
prognoosimiseks



Model	RMSE	MAE	MAPE	MASE
ARIMA(1,0,1)	0.00008025073	0.00004903276	0.004903276	0.000000006440179
SARIMA(1,0,1)(1,0,0)₁₂	0.00005739036	0.00004594878	0.004594878	0.000000003293653

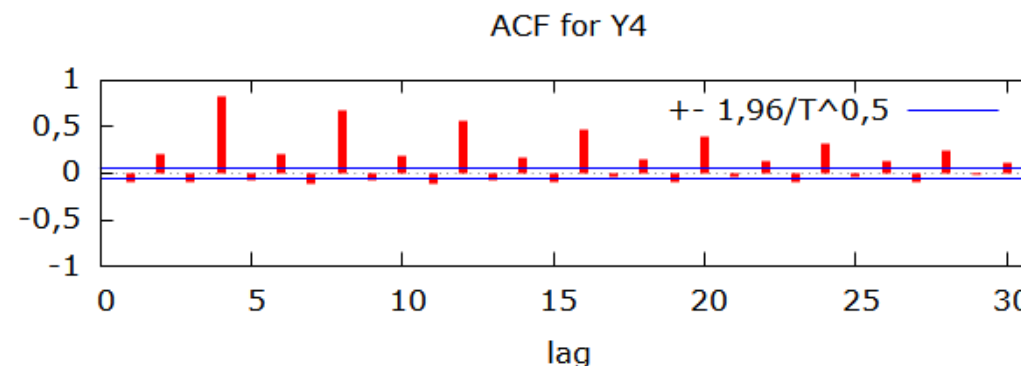
Al-Gounmeein, R.S. and Ismail, M.T., 2020. Forecasting the exchange rate of the Jordanian Dinar versus the US dollar using a Box-Jenkins seasonal ARIMA Model. *International Journal of Mathematics and Computer Science*, 15(1), pp.27-40.

Puhtalt sesoonne AR mudel

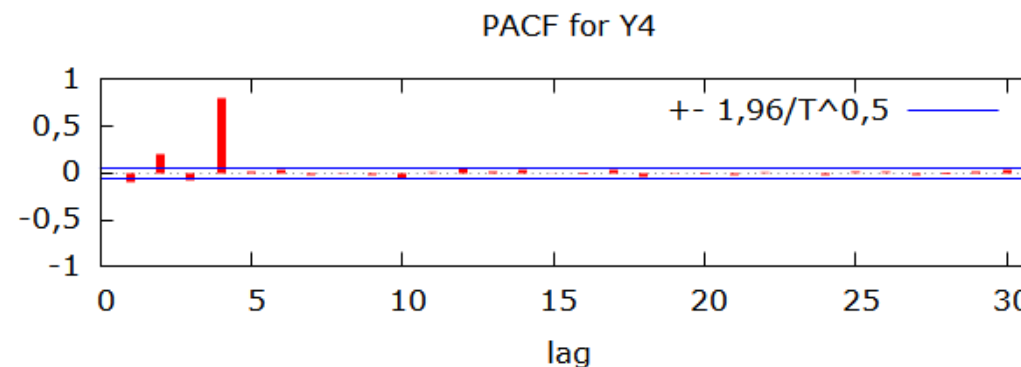
Näiteks kvartaalsete andmete korral $y_t = \Phi_1 y_{t-4} + u_t, \quad |\Phi_1| < 1$

Sesoonsuse periood 4.

ACF erineb nullist viitaegade $j= 4, 8, 12 \dots$ korral.



PACF erineb nullist viitaja 4 korral.



Üldiselt, kui sesoonsuse periood on s $y_t = \Phi_1 y_{t-s} + u_t, \quad |\Phi_1| < 1$

ACF erineb nullist viitaegade $s, 2s, 3s$ jne korral.

Puhtalt sesoonne MA mudel

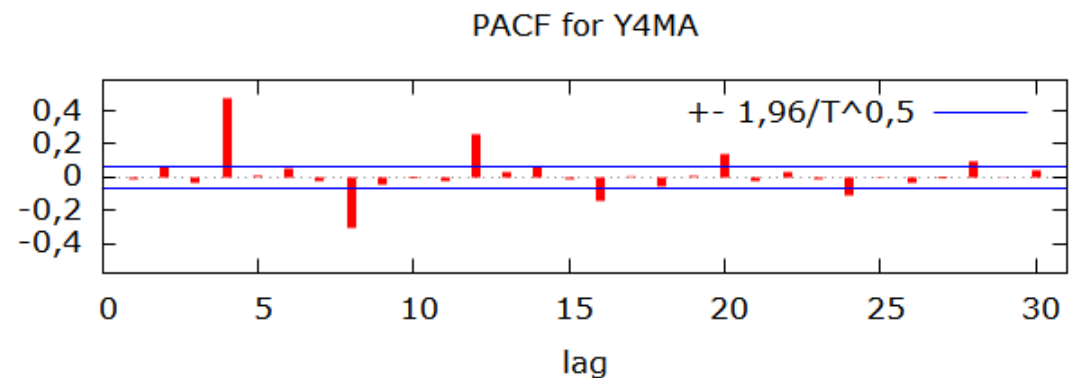
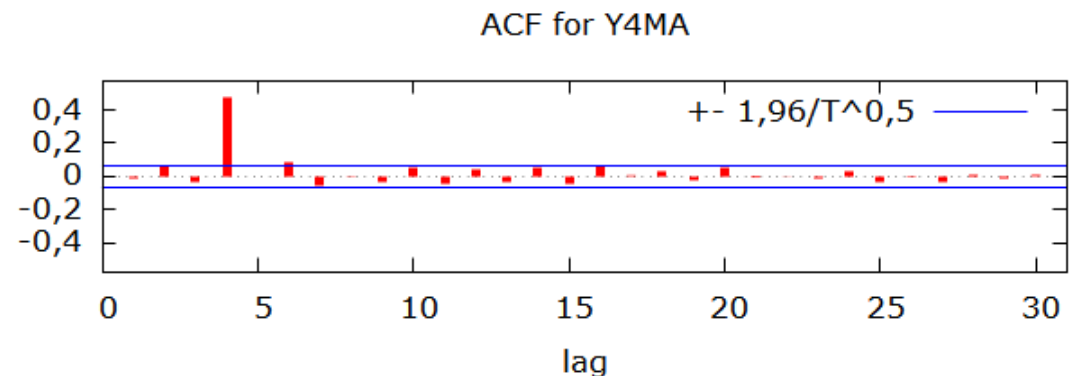
Näiteks kvartaalsete andmete korral

$$y_t = u_t + \Theta_1 u_{t-4}$$

Sesoonsuse periood 4.

ACF erineb nullist viitaja 4 korral.

PACF erineb nullist viitaegade 4, 8, 12, korral.



Üldiselt, kui sesoonsuse periood on s

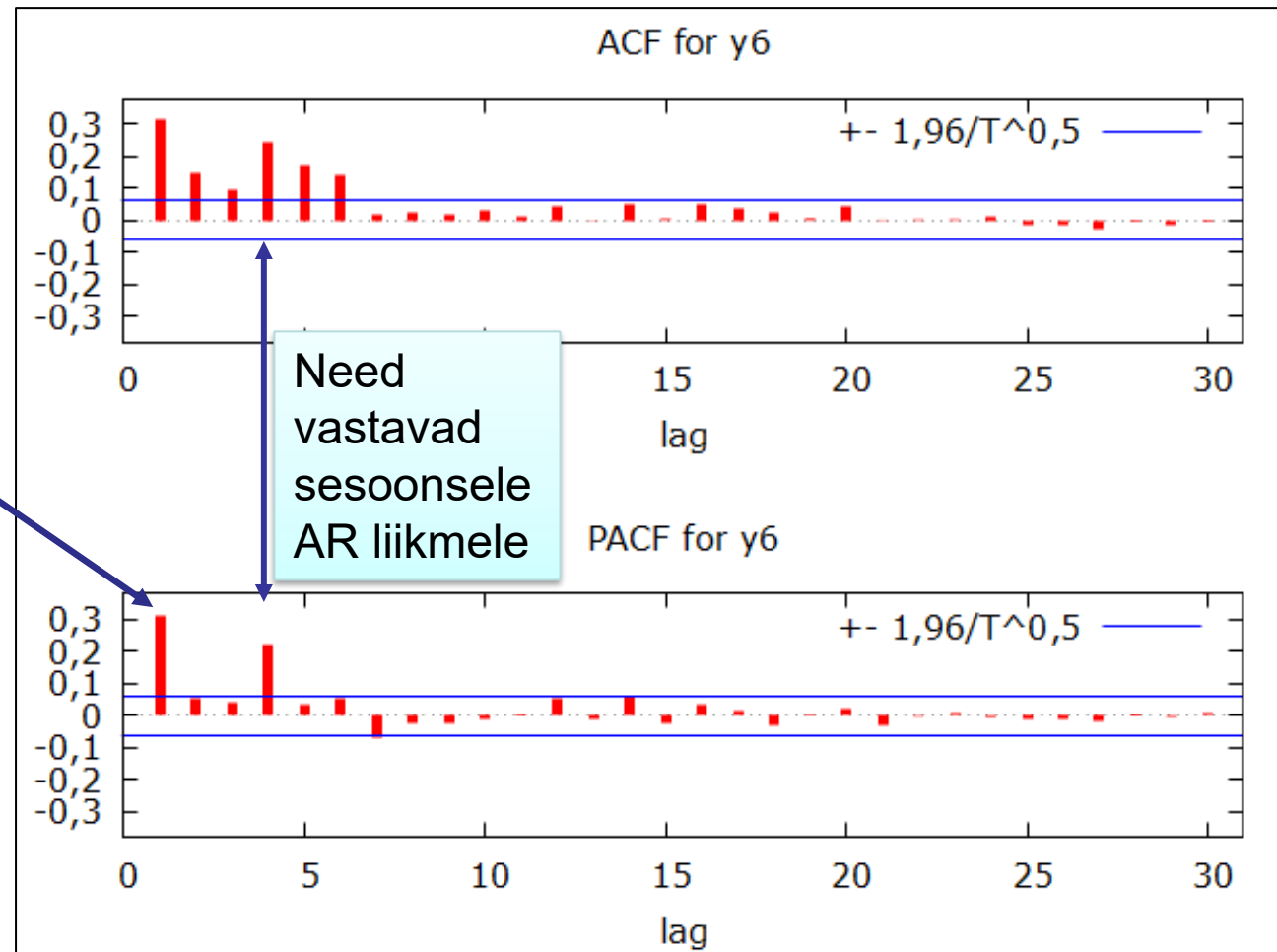
$$y_t = u_t + \Theta_1 u_{t-s}$$

PACF erineb nullist viitaegade $s, 2s, 3s$ jne korral.

Sesoonsus koos muude ARMA liikmetega

Näiteks $y_t = \phi_1 y_{t-1} + \Phi_1 y_{t-4} + u_t$
ARIMA (1,0,0) × (1,0,0)₄

Vastab
mittesesonsele AR(1)
liikmele



Interaktsioon multiplikatiivse AR sesoonsuse korral

Näiteks $\text{ARIMA}(1,0,0) \times (1,0,0)_{12}$

Nihkeoperaatori L abil

$$(1 - \phi_1 L)(1 - \Phi_1 L^{12})y_t = u_t$$

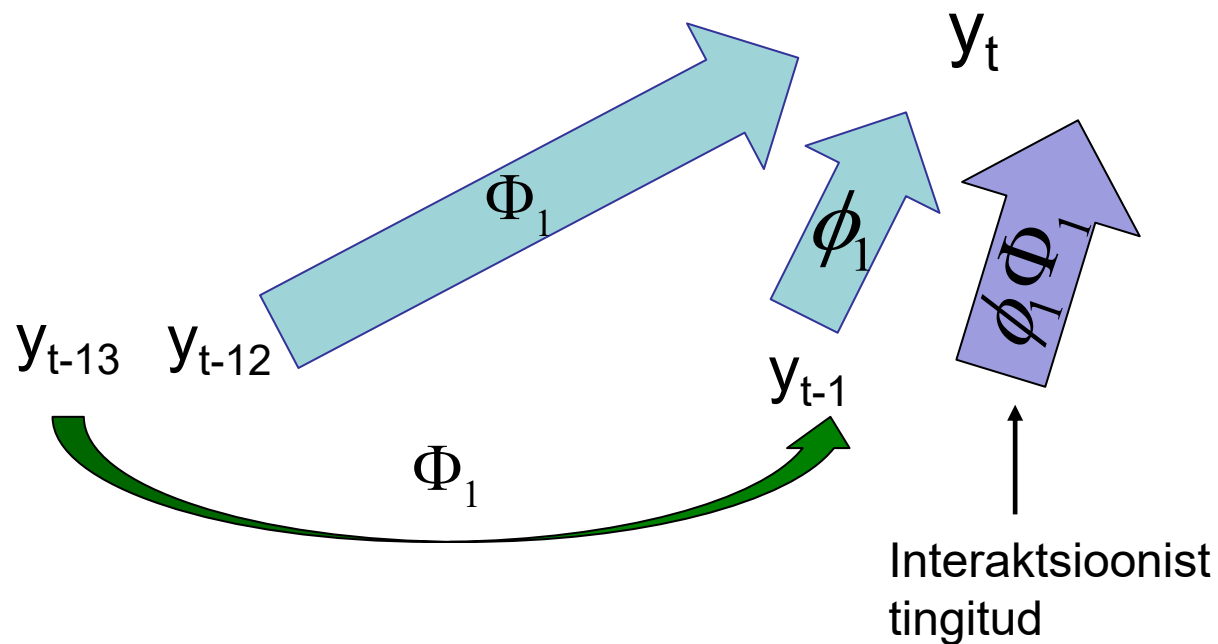
Mitte-
sesoonne
AR(1)

Sesoonne
AR

Mudel on

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \Phi_1 y_{t-12} - \phi_1 \Phi_1 y_{t-13} + u_t$$

interaktsioon



Näiteks novembrikuu väärtus sõltub

- 1) oktoobrikuu väärtusest;
- 2) eelmise aasta novembrikuu väärtusest;
- 3) eelmise aasta oktoobrikuu väärtusest.

Multiplikatiivse sesoonsuse korral lisandub AR(1) ja sesoonse AR **interaktsioonist** tingitud liige.

Interaktsioon multiplikatiivse MA sesoonsuse korral

Näiteks ARIMA (0,0,1)× (0,0,1)₄

Nihkeoperaatori L abil

$$y_t = (1 + \theta_1 L)(1 + \Theta_1 L^4)u_t$$

Mitte-
sesoonne
MA(1)

Sesoonne
MA

Mudel on

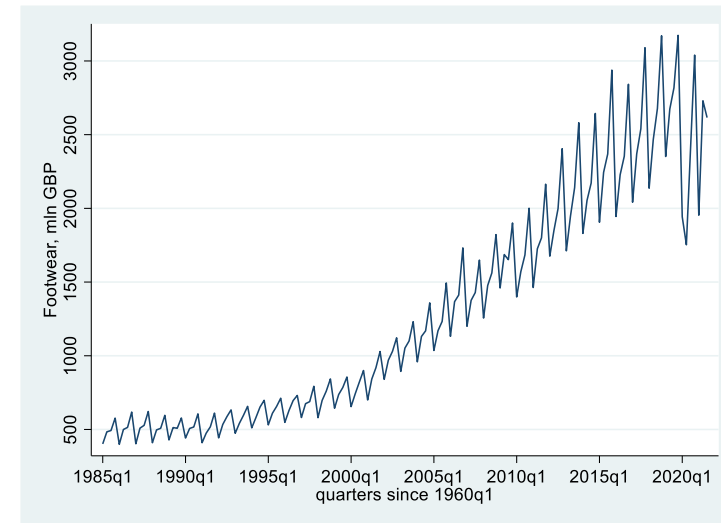
$$y_t = u_t + \theta_1 u_{t-1} + \Theta_1 u_{t-4} + \theta_1 \Theta_1 u_{t-5}$$

interaktsioon

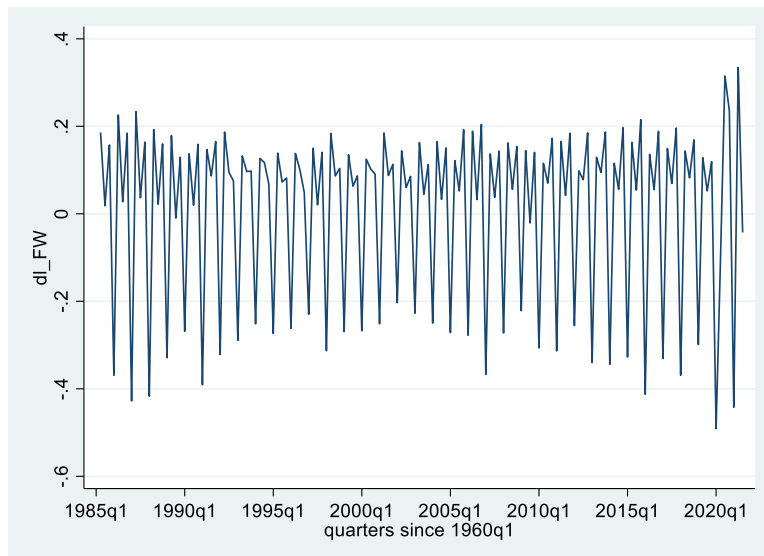
NÄIDE: kulud jalatsitele, I

Tarbijate kulud jalatsitele (mln GBP) Suurbritannias, kvartaalsed andmed 1985:1– 2021:3.
Allikas UK National Accounts, The Blue Book time series.

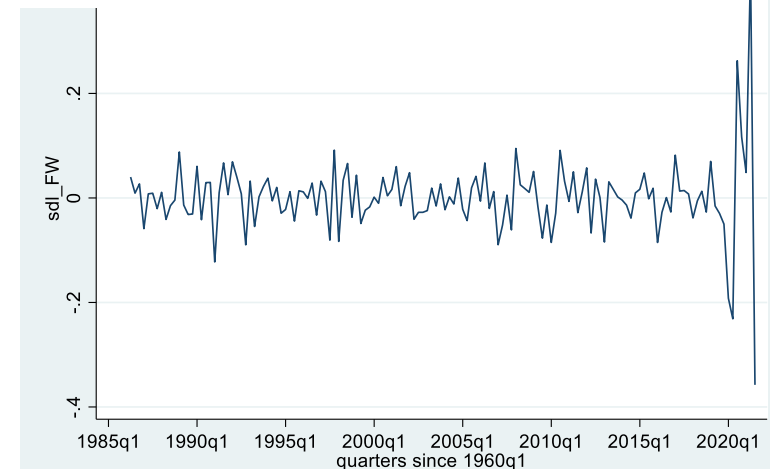
Esineb eksponentsiaalne trend ja kvartaalne sesoonsus.
Sesoonsed komponendid suurenevad.



Trendi eemaldamiseks logaritmime ja leiame siis 1. järku diferentsid.



Leiame veel sesoonsed diferentsid ja vaatame, kas õnnestub sesoonsus eemaldada. Paistab, et ei õnnestunud.

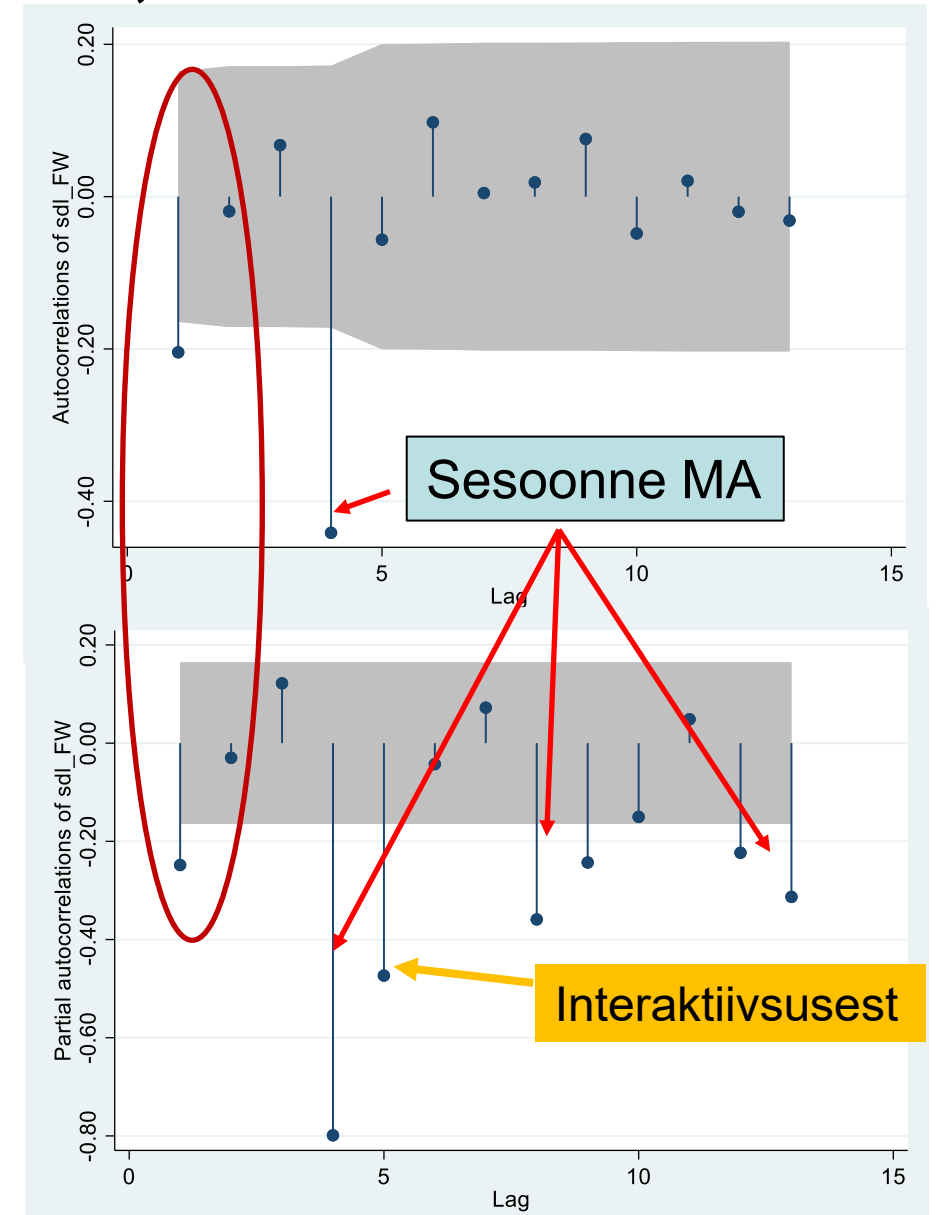


NÄIDE: kulud jalatsitele, II

Uurime sesoonsete diferentside korrelogramme.

Esineb mittesesoonne AR(1) või MA(1) või ARMA(1,1)

Lisaks esineb sesoonne MA (kvartaalne sesoonsus).



NÄIDE: kulud jalatsitele, III

Proovime diferentside jaoks kolme mudelit, kus on erinevad mittedesoonsed komponendid ja sesoonne MA(1). Valikuks kasutame Akaike informatsioonikriteeriumit:

ARMA (1,0)× (0,1) ₄	AIC= - 419,1	
ARMA (0,1)× (0,1) ₄	AIC= - 421,0	
ARMA (1,1)× (0,1) ₄	AIC= - 422,9	AIC kõige väiksem, valime selle

Logaritmitud väärtuste jaoks leiti 1. järku diferentsid ja nendest sesoonsed diferentsid. Järelikult logaritmitud väärtuste jaoks on mudel

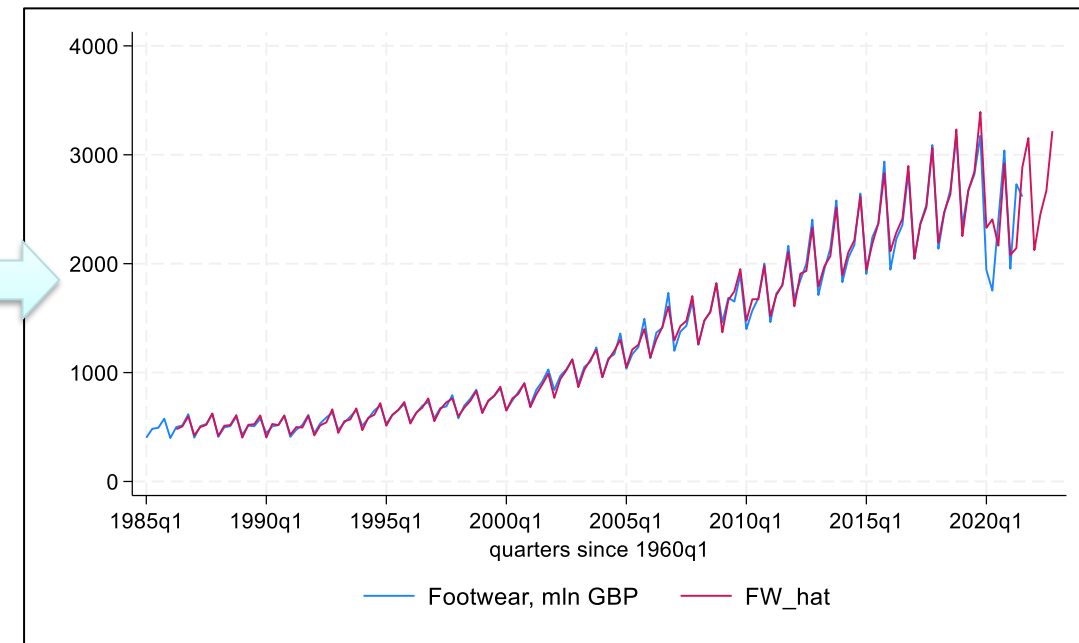
$$\text{ARIMA}(1,1,1) \times (0,1,1)_4$$

Selle mudeli alusel on logaritmitud väärtuste jaoks tehtud staatiline prognoosimine valimi sees ja dünaamiline prognoos valimist välja.

Logaritmitud väärtuste põhjal arvutatud algse aegrea prognoos.

Algse aegrea prognoosimisvõime näitajad valimi sees

RMSE	98,6	
MAE	48,5	
MAPE	0,035	ehk 3,5%
Theili U	0,288	



Sesoonsuse käsitlemise muud võimalused

- Spektraalanalüüs (*spectral analysis*)
- Sesoonsuse eemaldamine
 - Silumine (*smoothing*)
 - Libisev keskmine, regressioonjoonega silumine, eksponentsilumine.
 - Vt A. Sauga õpik „Statistika“ ptk 10.
 - Sesoonne filtreerimine (*seasonal filtering*)
- Sesoonne korrigeerimine

AEGRIDADE SPEKTRAALANALÜÜS

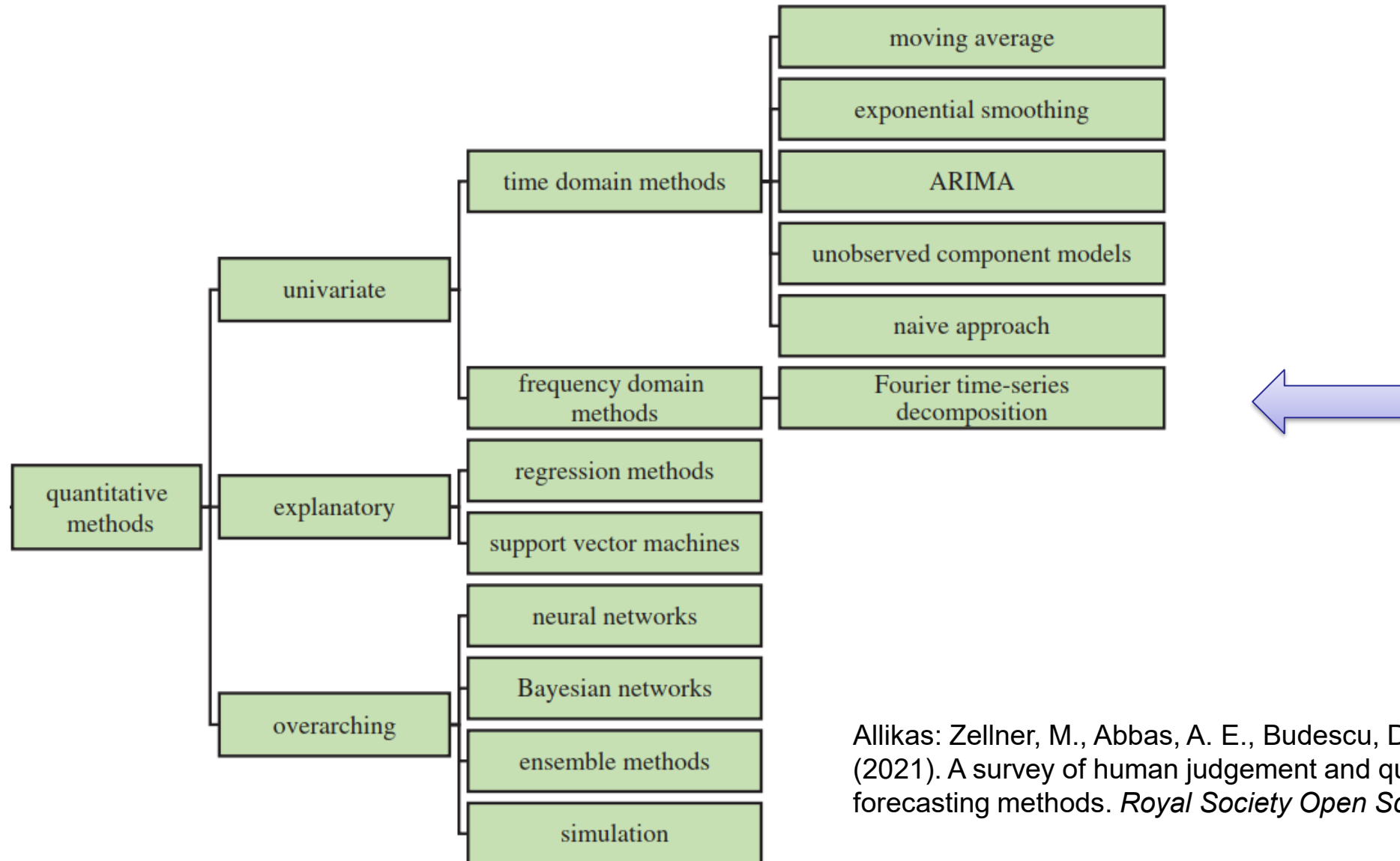
Wang, P. Financial Econometrics. Ch. 8. Frequency domain analysis of time series. Saadaval online, vt Moodles.

Kangro, R. (2011) Aegridade analüüs. Ptk 3.2 Periodogramm ja spekter.

Ajadomeen ja sagedusdomeen

- ARIMA mudelid on aegrea mudelid ajadomeenis (*time domain*).
 - Aegrida kirjeldab autokovariatsiooni funktsioon.
- Tihti on otstarbekas eraldi uurida aegridades esinevate ostsillatsioonide sagedust, st kirjeldada aegrida **sagedusdomeenis** (*frequency domain*).
 - Aegrida kirjeldab spektraaltiheduse funktsioon (*spectral density function*).

Kvantitatiivsete prognoosimismeetodite jagunemine



Allikas: Zellner, M., Abbas, A. E., Budescu, D. V., & Galstyan, A. (2021). A survey of human judgement and quantitative forecasting methods. *Royal Society Open Science*, 8, 201187.

Miks on vaja aegridu uurida sagedusdomeenis?

- Majandus- ja finantsaegridade käitumine on erinev
 - erinevate ajahorisontide korral (sajandid, dekaadid, aastad, kuud);
 - erinevate vaatlussageduste korral (aastased, kuised, nädalased, tunnised).
- Üks võimalus selle erineva käitumise uurimiseks on eraldi analüüsida
 - pikaajalisi trende;
 - äritsükleid;
 - sesoonsust;
 - kalendriefekte;
 - stohhastilist volatiilsust.

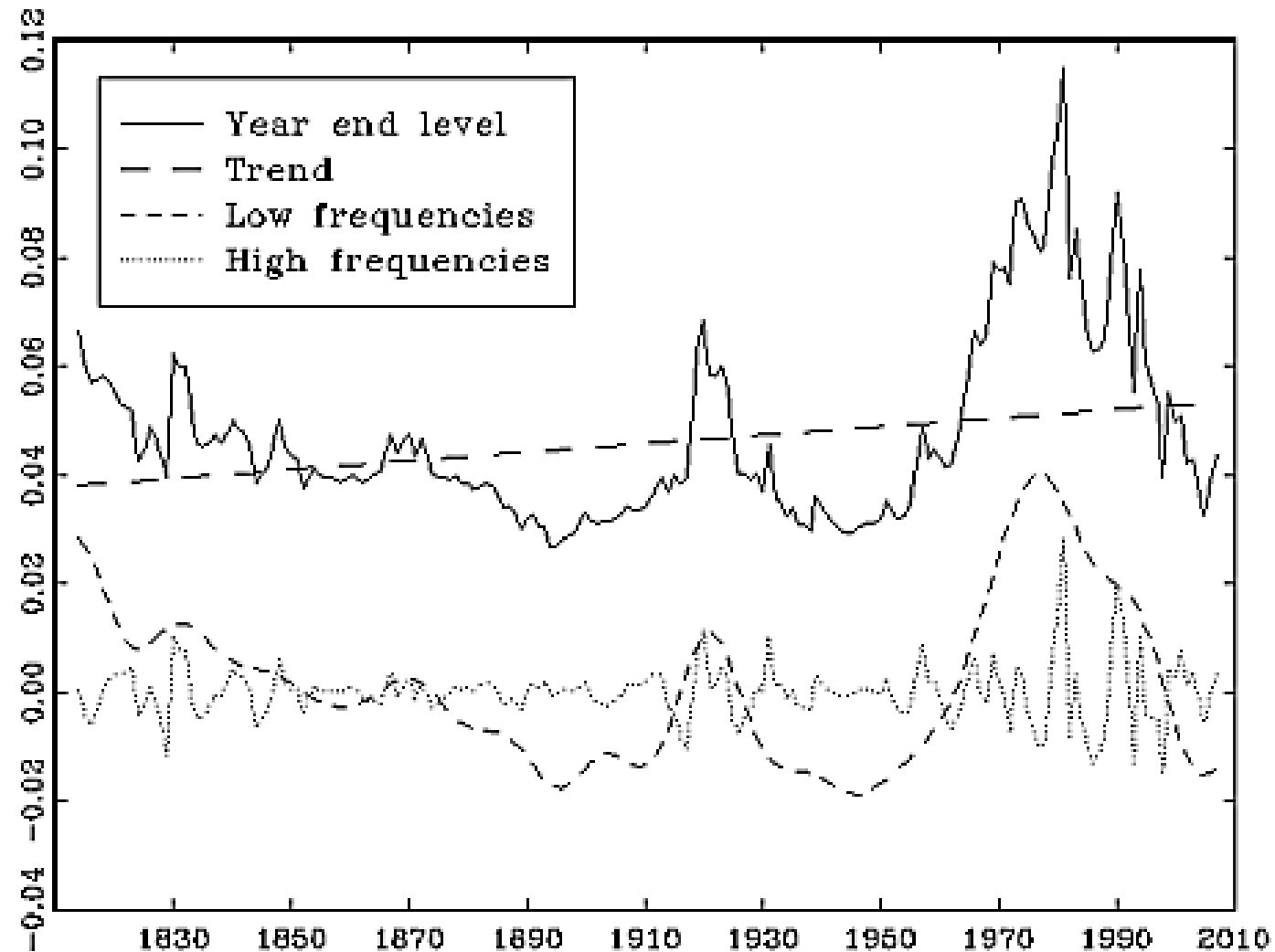
NÄIDE: aegrea jaotamine komponentideks

Pikaajaline intressimäär Hollandis.

Kolm komponenti:

- trend,
- madalsageduslik,
- kõrgsageduslik.

Nende summa annab tegeliku aegrea.



Allikas: Steehouwer, H. (2009) A Frequency domain methodology for time series modeling, *OFGR Methodological paper* No. 2008-02

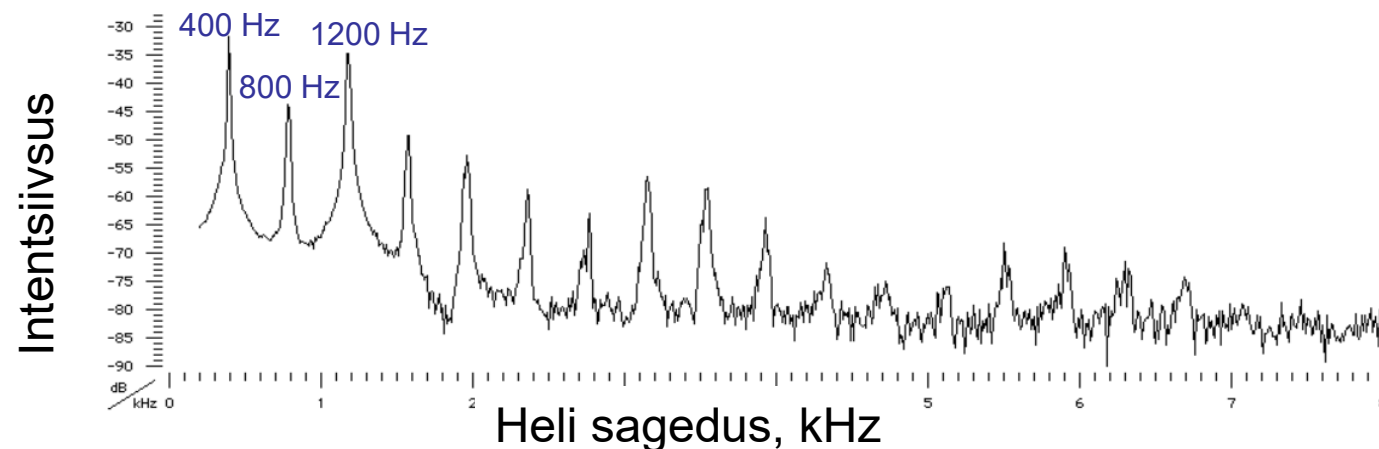
Spekter ja spektraaltiheduse graafik

- Termini **spekter** võttis 17. sajandil kasutusele Isaac Newton, kirjeldades valge valguse lahtumist värviliseks, kui valgus läbis prisma.
- Peagi hakkas see termin iseloomustama **intensiivsuse jaotust sageduse järgi**, mis on ka **spektraaltiheduse** graafik.

Elavhõbedalambi spekter



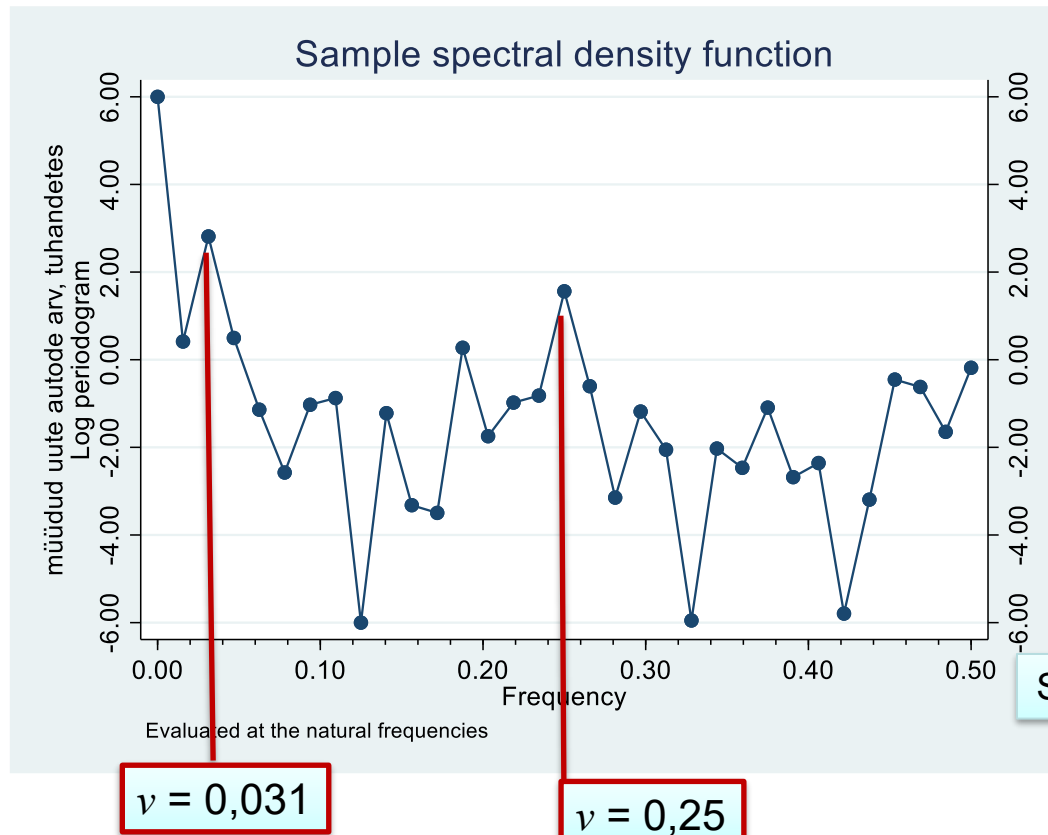
Flöödil mängitud noodi G4 sagedusdiagramm ehk spekter. Näha on erinevad tipud.



NÄIDE: uute autode müügi spekter

USA, kvartaalsed andmed 1975:1 – 1990:4, 64 vaatlust.

Spektraaltiheduse graafik ehk **periodogramm** (*periodogram*).



Sagedus ν

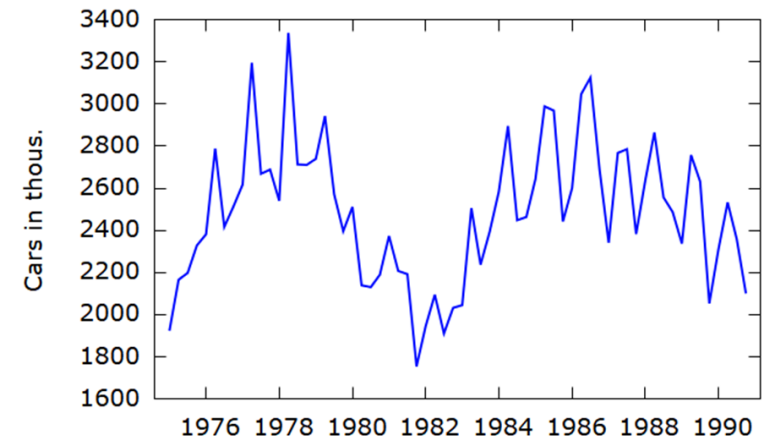
Spektraaltiheduse suur väärtus mingi sageduse ν korral näitab, et oluliselt on esindatud perioodiline komponent perioodiga

$$T = \frac{1}{\nu}$$

$$T = \frac{1}{0,031} \approx 32 \text{ kvartalit}$$

$$T = \frac{1}{0,25} = 4 \text{ kvartalit}$$

Tugevalt eristub 2 perioodilisust perioodidega 32 kvartalit (8 aastat) ja 4 kvartalit ehk 1 aasta.



Harmooniline ehk Fourier analüüs

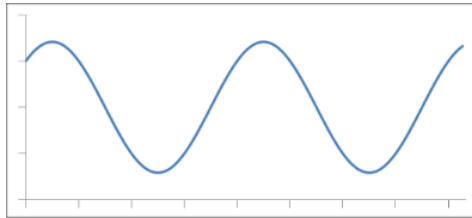
Spektraalanalüüs põhineb harmoonilisel analüüsil ehk Fourier analüüsil (*Fourier analysis*).

Idee: muutuv aegrida esitatakse harmooniliste (sinusoidaalsete) komponentide summana.

Demo: Fourier analüüs

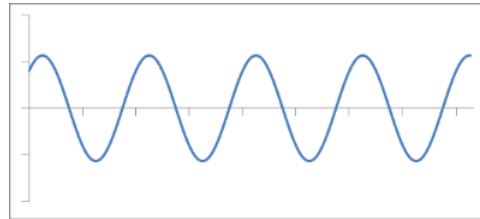
1. harmoonik

$$a_1 \cos(\omega t) + b_1 \sin(\omega t)$$



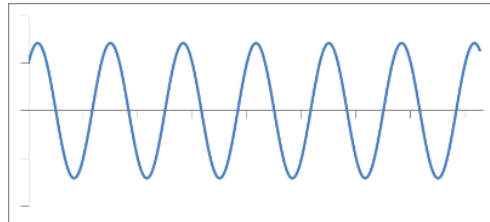
2. harmoonik

$$a_2 \cos(2\omega t) + b_2 \sin(2\omega t)$$

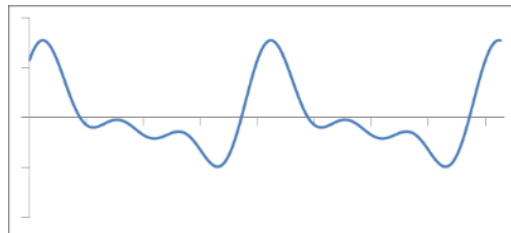


3. harmoonik

$$a_3 \cos(3\omega t) + b_3 \sin(3\omega t)$$



3 harmooniku summa



Avaldistes kasutatakse nurksagedust (*angular frequency*), ühikuks radiaani ajaühikus

$$\omega = 2\pi\nu = 2\pi \frac{1}{T}$$

T periood

NÄIDE: pankade kogutulu dünaamika

Aarma ja Vainu kasutasid 7 Eesti panga kvartaalseid andmeid perioodil 1995-2005. y – kogutulu, x_2 – omakapital, x_4 – põhivara. Ajamuutuja t loendab kvartaleid.

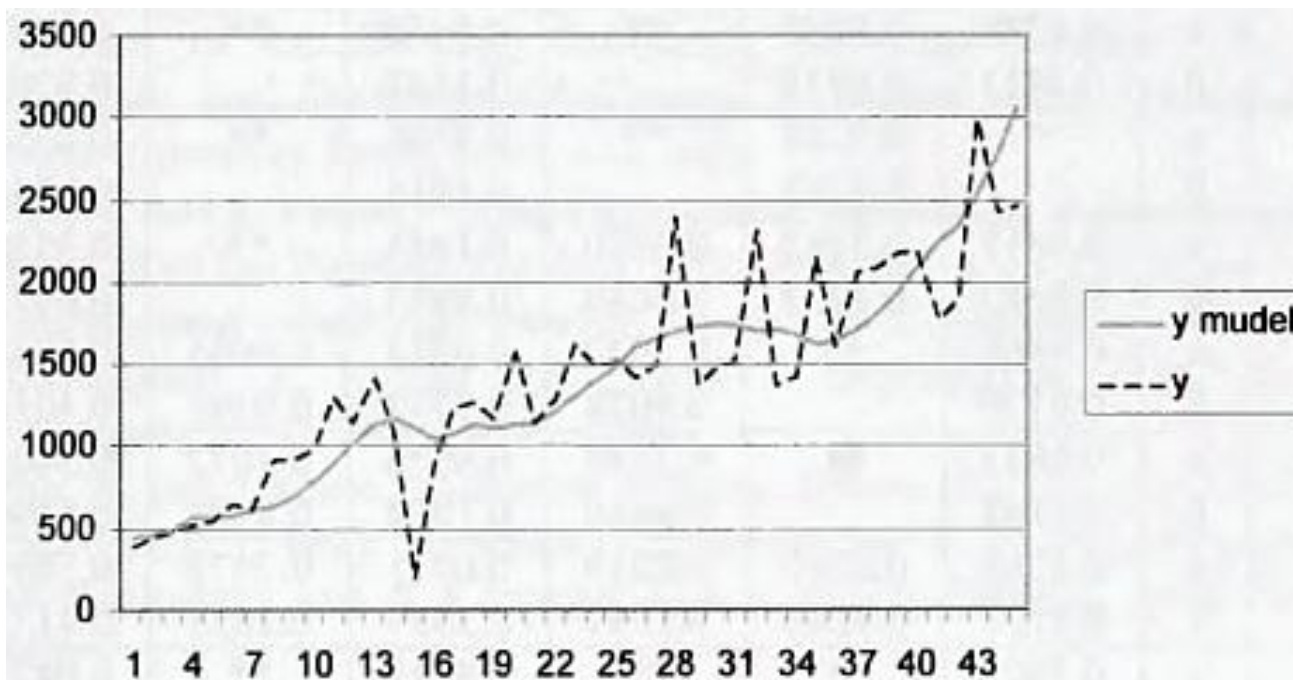
lineaarne trend

1. harmoonik

3. harmoonik

$$\ln y = -0,96 - 0,021t + 0,21 \cos \alpha - 0,030 \sin \alpha - 0,099 \cos 3\alpha - 0,10 \sin 3\alpha + \\ + 0,83 \ln x_2 + 0,17 \ln x_4 + u$$

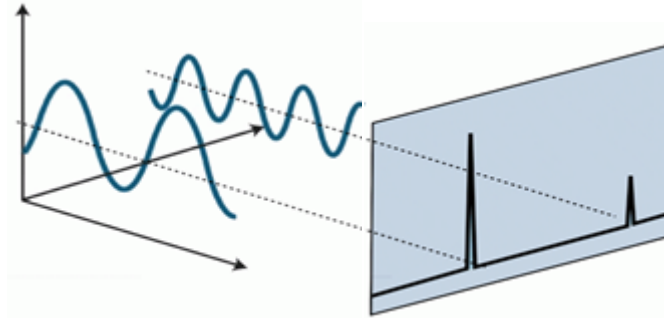
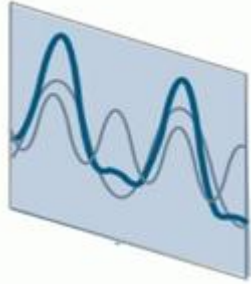
$$\alpha = \frac{2\pi t}{T}, \quad T = 45$$



Aarma, A., Vainu, J. (2007) „Estonian Banking System Econometric Models 1995-2005“. ENTREPRENEURIAL FINANCE AND FINANCIAL ENVIRONMENT, p.50.

Esitus ajadomeenis ja sagedusdomeenis

Ajadomeen



Meid huvitab spektraaltiheduse f sõltuvus sagedusest ehk spekter.

Sagedusdomeen

ARMA(p,q) mudel

$$y_t = c + u_t + \sum_{k=1}^p \phi_k y_{t-k} + \sum_{k=1}^q \theta_k u_{t-k}$$

s järku

autokovariatsiooni

kordaja

$$\gamma_s = \text{Cov}[y_t, y_{t-s}]$$

FT

Fourier teisendus
(Fourier transform)

$$f_Y(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{s=-\infty}^{\infty} \gamma_s e^{-i\omega s}, \quad \omega \in [0, \pi]$$

Kasutatud on Euleri valemit $e^{ix} = \cos x + i \sin x$, $i = \sqrt{-1}$

Fourier teisendus FT lahutab aegrea y kui aja t funktsiooni sagedusteks, mis selle aegrea tekitavad.

Autokovariatsiooni funktsioon ja spektraaltiheduse funktsioon sisaldavad üht ja sama informatsiooni, mis kirjeldab vastavat stohhastilist protsessi.

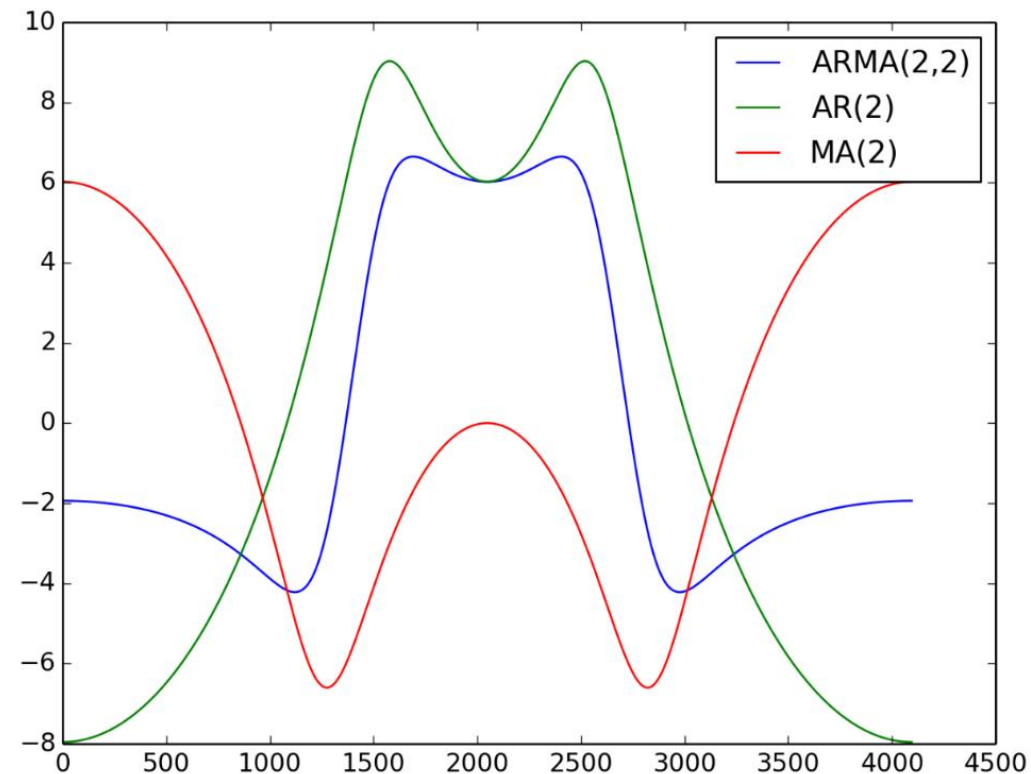
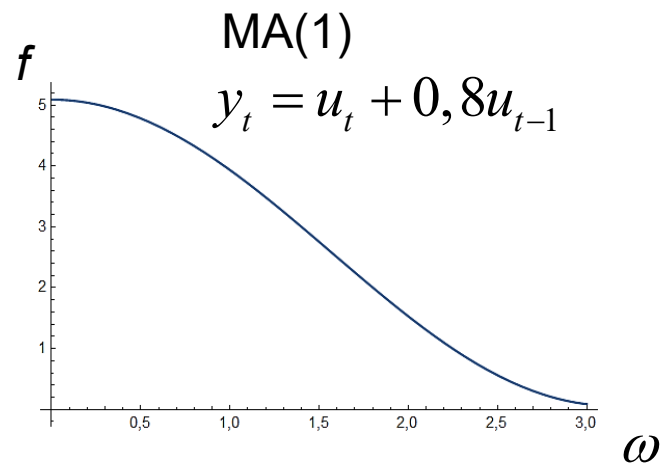
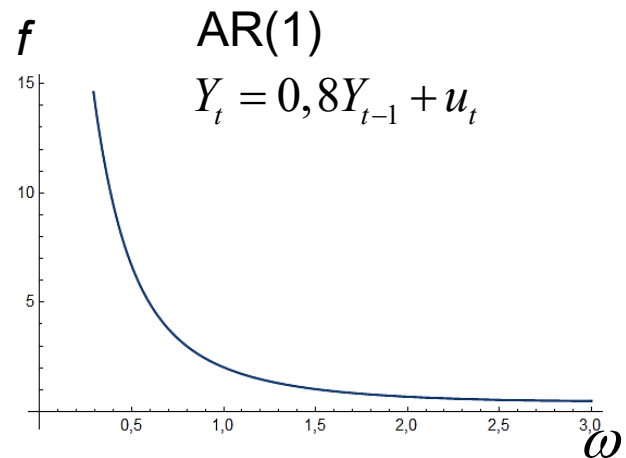
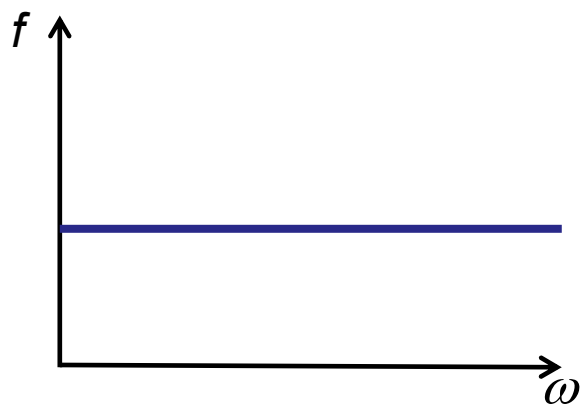
Suvaline statsionaarne stohhastiline protsess omab **mõlemat** esitust.

- Mõnede nähtuste uurimiseks on esitus ajadomeenis mugavam.
- Teiste nähtuste uurimiseks sobib rohkem esitus sagedusdomeenis.

Demo: Aegrida ja spekter

Erinevad spektrid

Valge müra.
Kõik sagedused on
ühesuguse tugevusega.



NÄIDE: USA aktsiaturu pikaajaline dünaamika

Caporale ja Gil-Alana analüüsisid USA aktsiaturu pikaajalist dünaamikat aastatel 1871 – 1993.

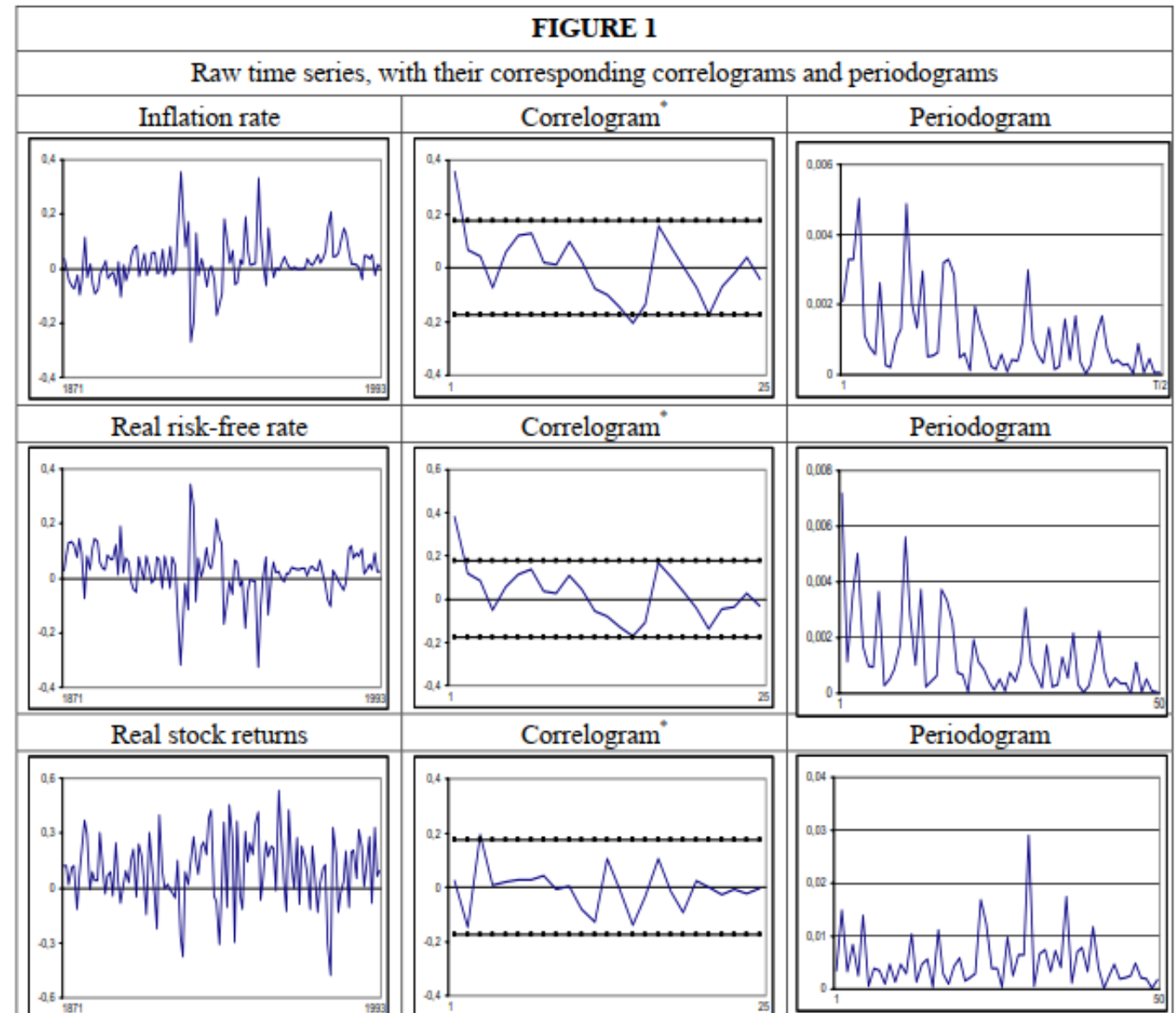
Vaatluse all olid

- inflatsioonimäär;
- riskivaba tulumäär;
- aktsiate keskmine tulumäär;
- muud näitajad.

Joonisel on toodud

- vastav aegrida;
- korrelogramm (ajadomeen);
- periodogramm (sagedusdomeen).

Caporale, G. M., & Gil-Alana, L. A. (2007). Long run and cyclical dynamics in the US stock market. CESifo Working Paper No. 246.



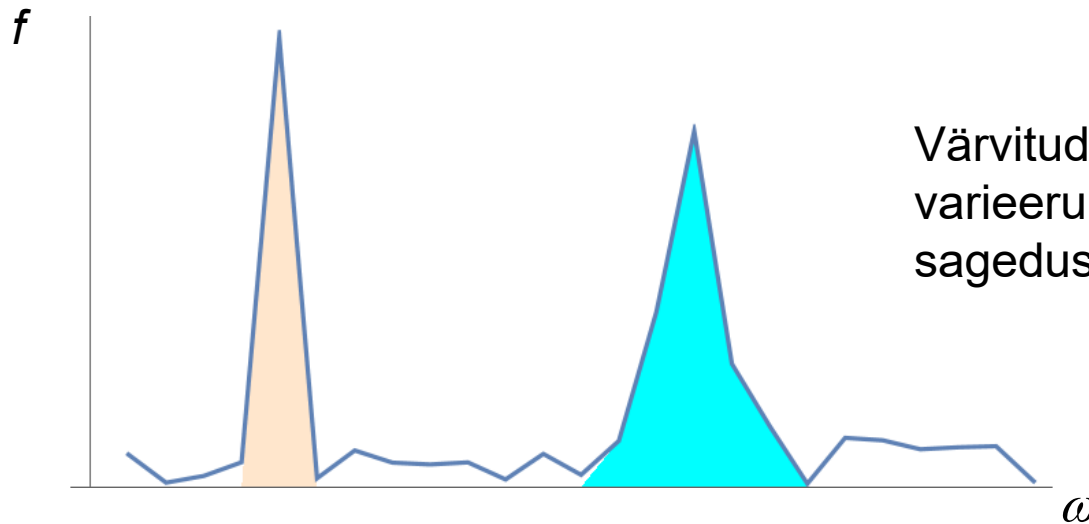
Fourier pöördteisendus

Inverse Fourier Transform

Fourier pöördteisendus võimaldab spektraaltiheduse funktsiooni $f_y(\omega)$ põhjal leida autokovariatsiooni kordajate γ_s väärtusi.

$$\gamma_s = \frac{1}{2} \int_0^\pi e^{i\omega s} f_y(\omega) d\omega$$

Aegrea dispersioon $\sigma^2 = \gamma_0 = \frac{1}{2} \int_0^\pi f_y(\omega) d\omega$ Integraal on f graafiku alla jääv pindala.

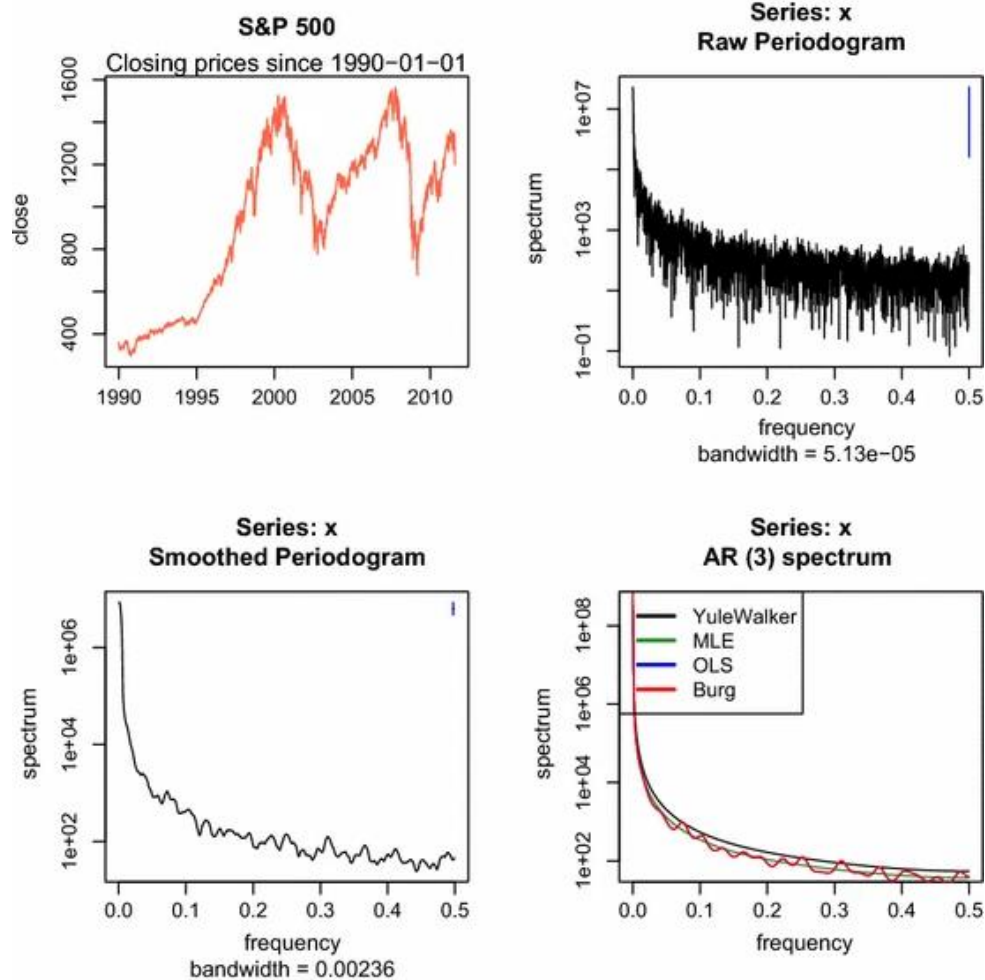


Värvitud alad näitavad ära, kui suur osa aegrea varieerumisest on määratud vastavasse sagedusvahemikku langevate ostsillatsioonidega.

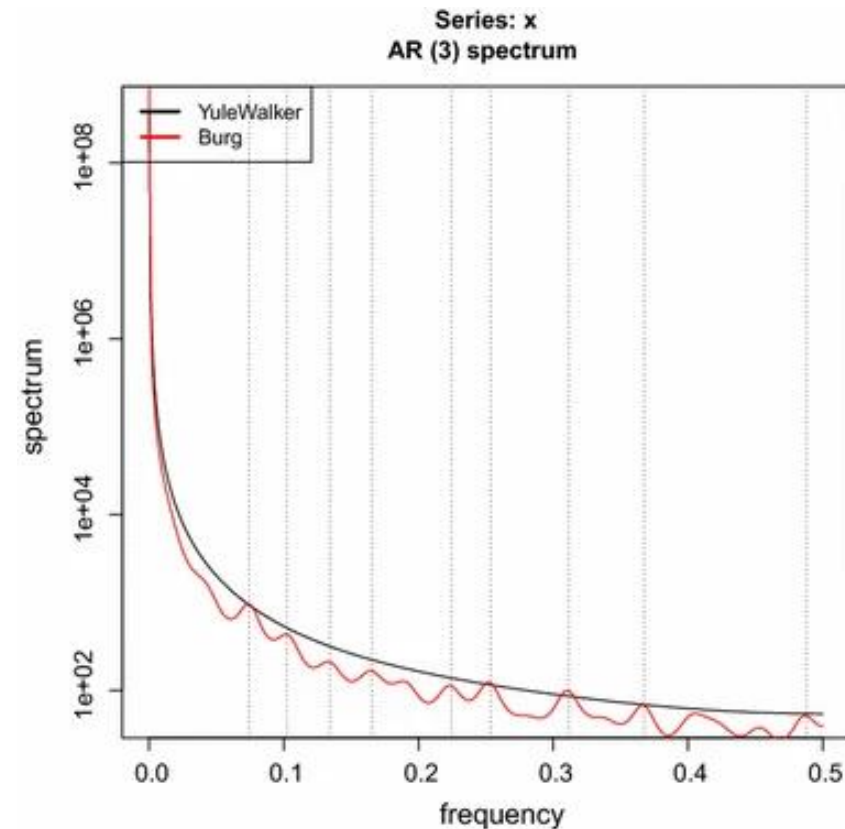
Spektraalanalüüsi üheks eesmärgiks on määrata, kui suur on erinevate sagedustega tsüklite osakaal aegrea käitumise määramisel.

NÄIDE: indeks S&P500

Kılıç ja Uğur analüüsid S&P500 indeksi päevaste sulgemishindade spektrit aastatel 1990-2011.

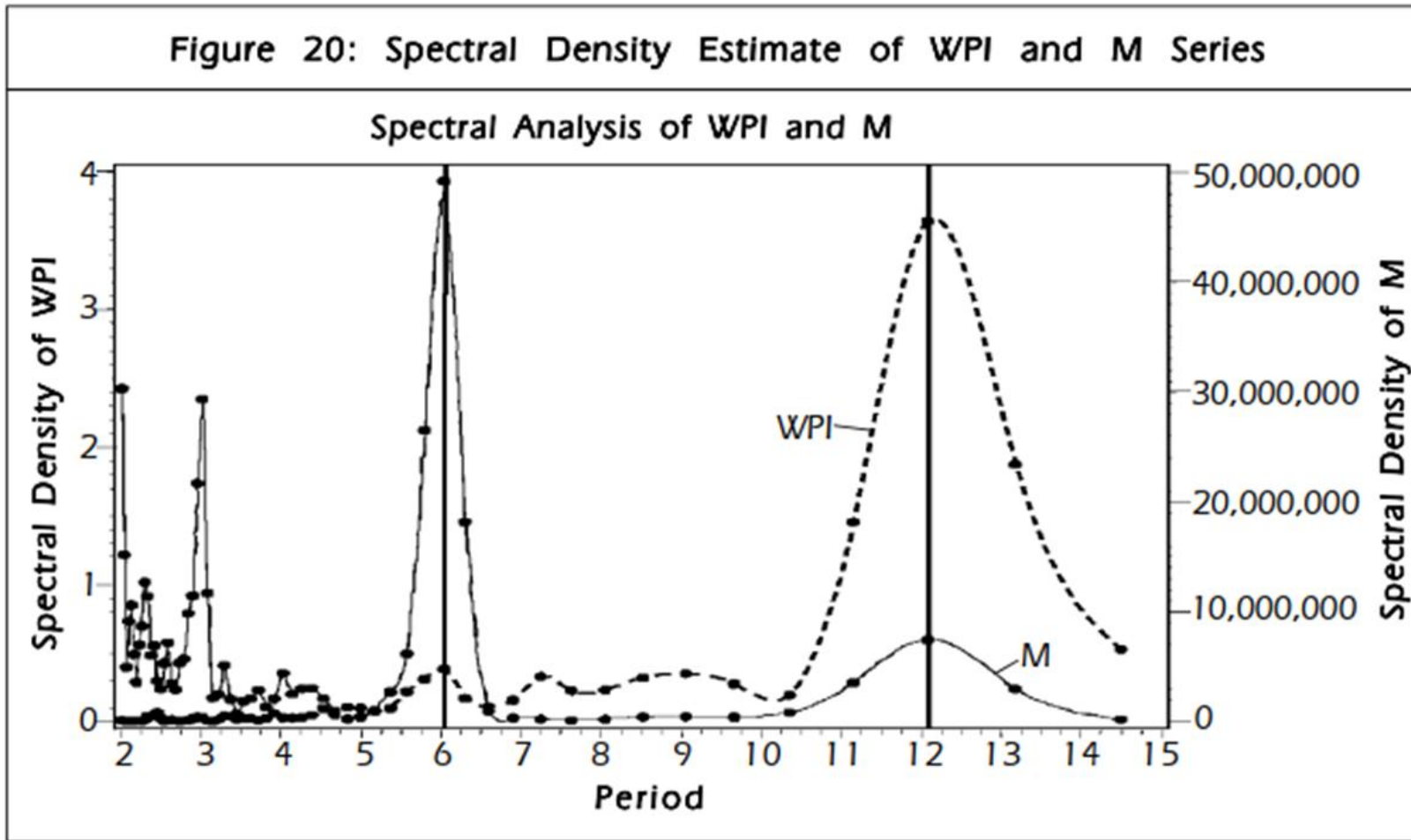


Leidsid 9 erineva perioodiga tsüklit:
13,5; 9,8; 7,4; 6,0; 4,5; 3,9; 3,2; 2,7; 2,0 päeva



NÄIDE: inflatsioon ja ringluses olev raha

USA. Inflatsioon WPI, ringluses olev raha M. Kuised andmed jaanuar 1995 kuni märts 2005.



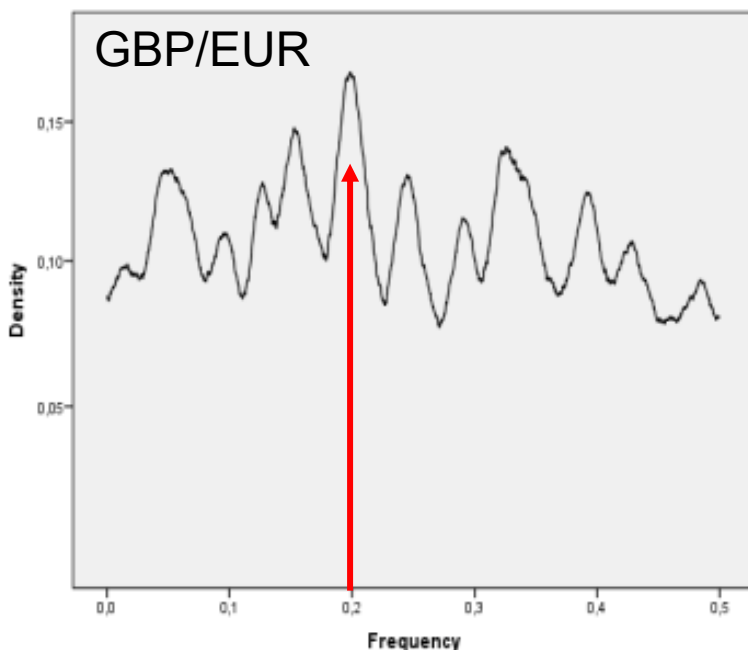
Mõlemad suurused käituvad ühtmoodi:

- suurim spektraaltihedus perioodi 12 kuud korral;
- suuruselt järgmine perioodiga 6 kuud.

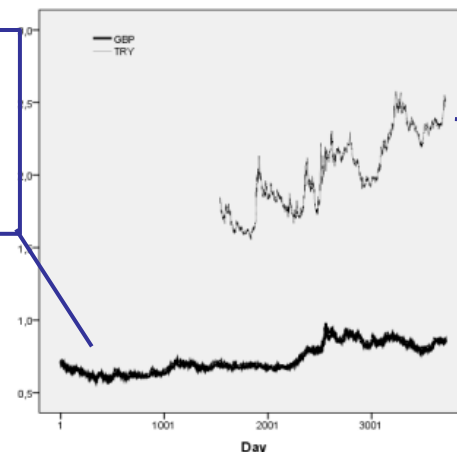
Kahe aegrea koosmuutumise dünaamika analüüsimiseks kasutatakse ristspektri analüüsimist (*cross-spectral analysis*).

NÄIDE: valuutakursid

Inglise naela GBP vahetuskurss euro suhtes perioodil 1999 – 2013. Päevased andmed, kokku 3716 vaatlust.

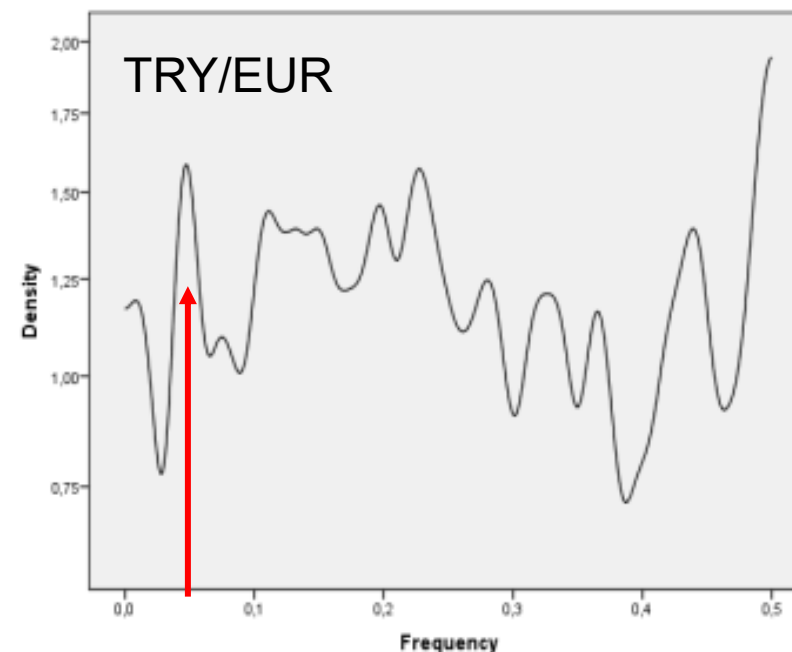


Sagedus 0,2 vastab perioodile 5 päeva ($1/0,2=5$). Seega nädalane perioodilisus.



Türgi liiri TRY vahetuskurss euro suhtes perioodil 2005 – 2013. Päevased andmed, kokku 2179 vaatlust.

1. järku diferentside silutud periodogrammid.



Sagedus 0,05 vastab perioodile 1 kuu ($1/0,05=20$ tööpäeva).

Vahetuskurssidel on erinev perioodilisus.

SESOONNE FILTREERIMINE

Sesoonse filtreerimise eesmärk

Eesmärgiks on **eraldada** trend τ ja ostsilleeruv (tsükliline või sesoonne) komponent o .

$$y_t = \tau_t + o_t$$


tsükliline c_t sesoonne s_t

The diagram illustrates the decomposition of the cyclical component o_t from the equation $y_t = \tau_t + o_t$. Two light blue arrows originate from the o_t term and point downwards to the labels 'tsükliline c_t ' and 'sesoonne s_t '.

Trend võib olla kas deterministlik või stohhastiline.

Kasutatakse laialdaselt makroökonoomikas.

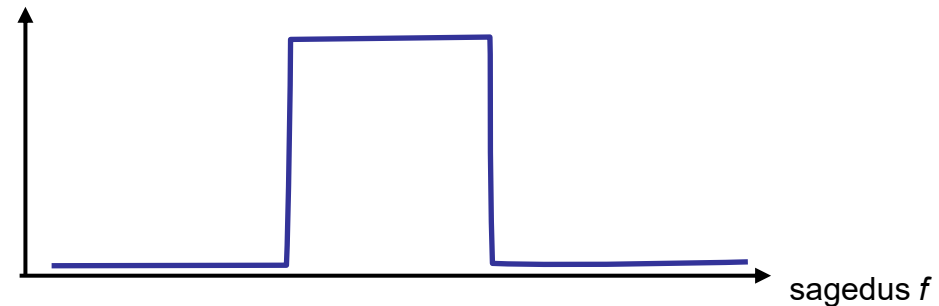
Näiteks äri-tsüklite (*business cycles*) analüüsimine. ARIMA mudelid selleks hästi ei sobi.

Erinevad filtrid

Ribafilter (*band-pass filter*) laseb läbi kõik sagedused, mis jäävad määratud vahemikku (ribasse) ning blokeerib ülejäänud sagedused.

Ribafiltrid

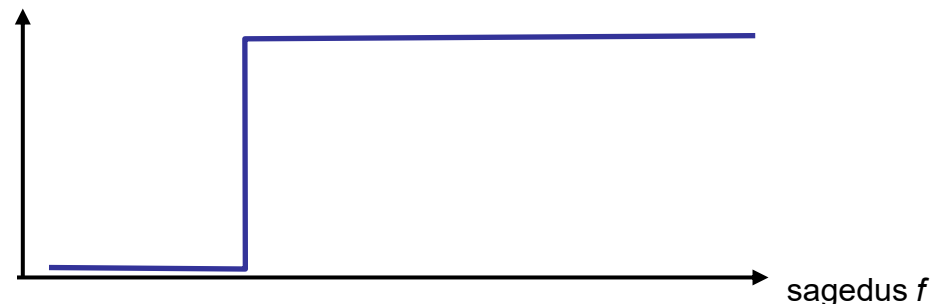
- Baxter-King
- Christiano-Fitzgerald



Kõrgpääsfilter (*high-pass filter*) laseb läbi kõik sagedused, mis on suuremad määratud väärtusest ning blokeerib sellest madalamad sagedused.

Kõrgpääsfiltrid

- Hodrick-Prescott
- Butterworth



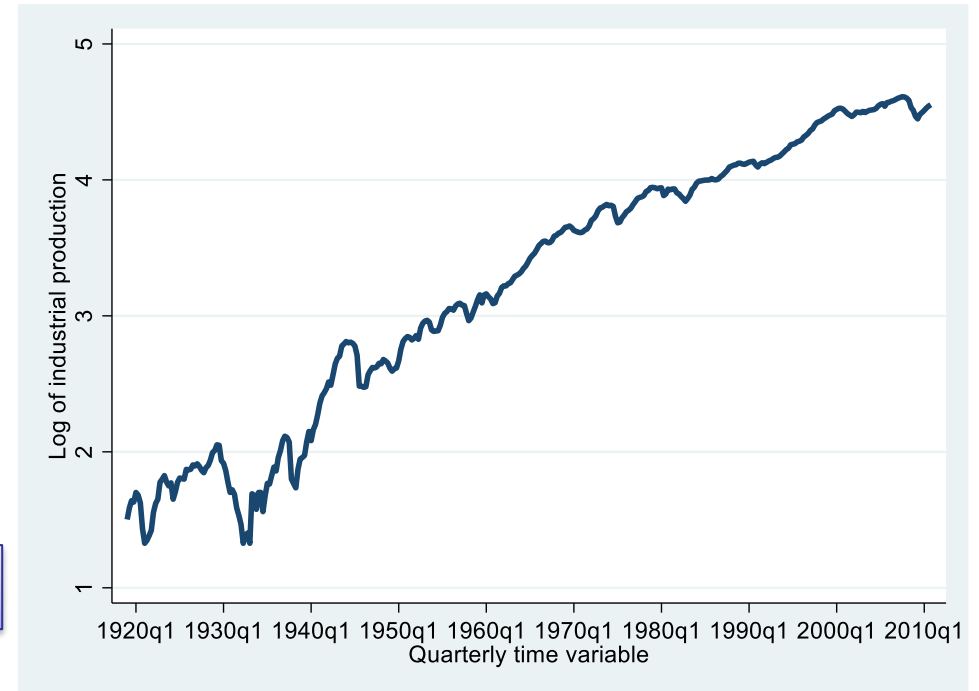
Äritsüklid ja ribafilter

Äritsüklid enamasti ei ole regulaarsed.
Ostsilleerumine ümber trendi võib olla erineva sagedusega.

Burns ja Mitchell defineerisid äritsüklid kui ostsillatsioonid majandusaegridades **perioodiga 1,5 kuni 8 aastat**.

Järelikult äritsüklite filtreerimiseks tuleks kasutada ribafiltrit.

	Alumine piir	Ülemine piir
Kvartaalsed andmed	Periood 6 Sagedus 1/6	Periood 32 Sagedus 1/32
Kuised andmed	Periood 18 Sagedus 1/18	Periood 96 Sagedus 1/96

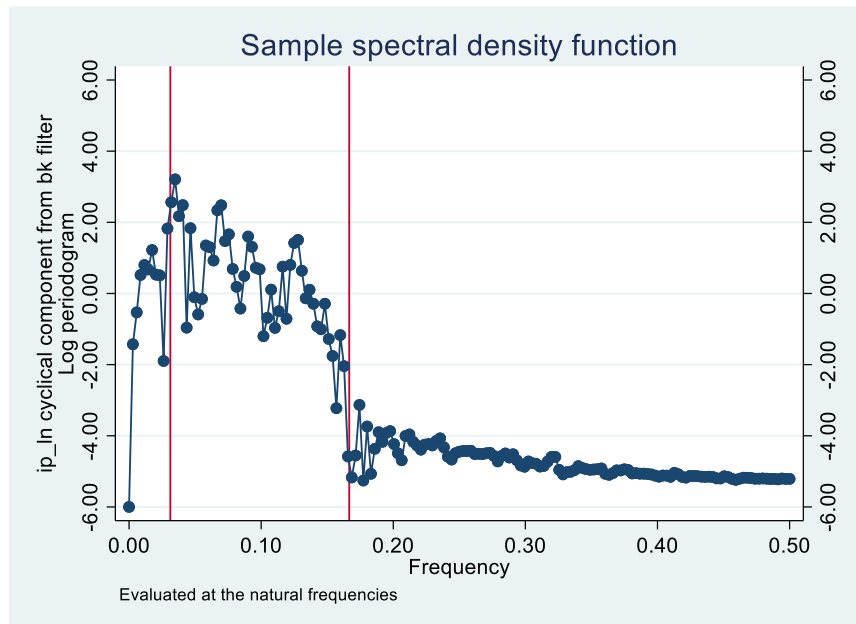


Näiteks USA tööstustoodangu indeksi
logaritmitud väärtus 1919 I kv kuni
2010 IV kv

NÄIDE: Baxter-Kingi ja Christiano-Fitzgeraldi ribafiltrite võrdlus, periodogrammid

USA tööstustoodangu indeksi logaritmitud väärtus 1919 I kv kuni 2010 IV kv.

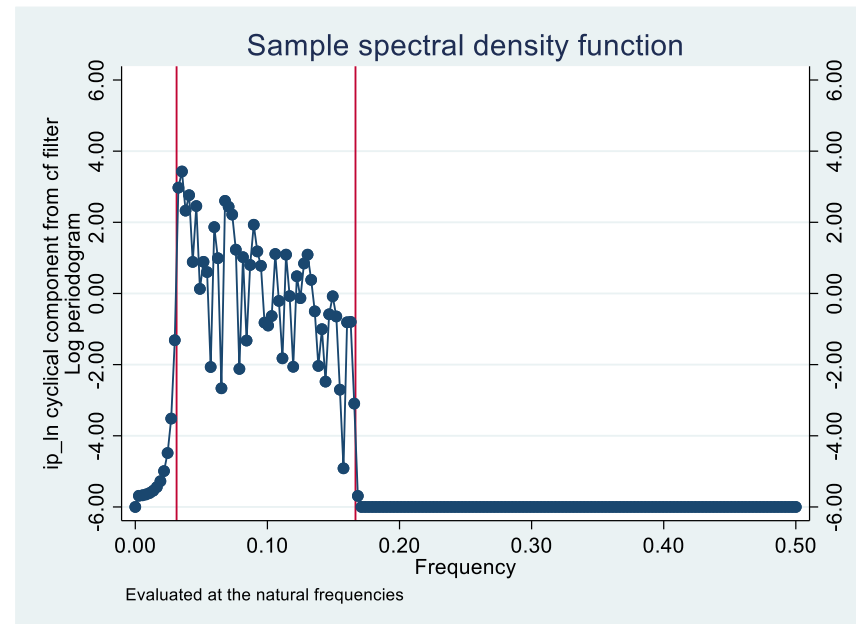
Riba alumine piir 6 kvartalit (sagedus $1/6 \approx 0,1667$), ülemine piir 32 kvartalit ($1/32 \approx 0,03125$)



Baxter-King

Esinevad ka sagedused, mis jäävad määratud ribast välja.

Sobib erinevate stohhastiliste protsesside filtreerimiseks.



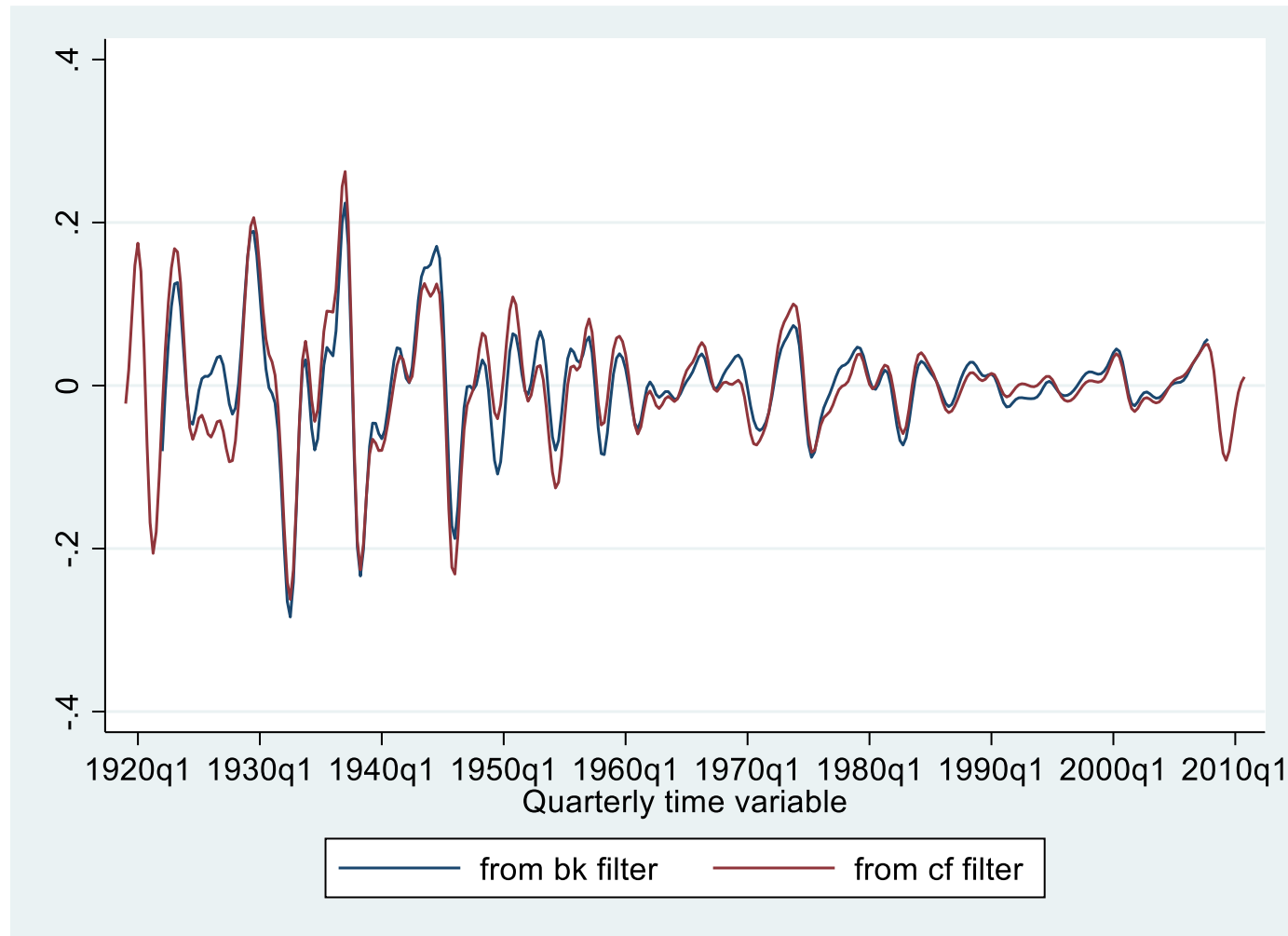
Christiano-Fitzgerald

Sobib hästi siis, kui aegrida on juhuslik ekslemine $y_t = y_{t-1} + u_t$ või triiviga juhuslik ekslemine $y_t = \mu + y_{t-1} + u_t$

NÄIDE: Baxter-Kingi ja Christiano-Fitzgeraldi tsüklilised komponendid

USA tööstustoodangu indeksi logaritmitud väärtus 1919 I kv kuni 2010 IV kv.

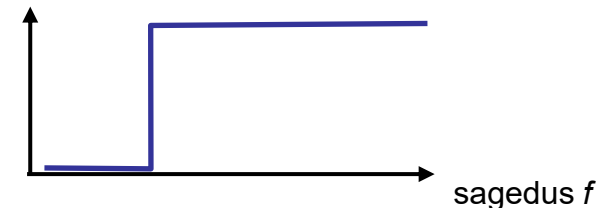
Riba alumine piir 6 kvartalit (sagedus $1/6 \approx 0,1667$), ülemine piir 32 kvartalit ($1/32 \approx 0,03125$)



Hodrick-Prescott filter

HP filter on kõrgpääsfilter ja edastab vabalt oma lävisagedusest kõrgema sagedusega signaale.

HP filter sobib siis, kui soovime eraldada siledat trendi ja tegeleda sellega.



Aegrida: trend + ostsilleeruv komponent $y_t = \tau_t + o_t$

Trendi τ leidmiseks minimeeritakse summat, mis koosneb kahest komponendist:

$$\sum_{t=1}^T (y_t - \tau_t)^2 + \lambda \sum_{t=2}^T [(\tau_{t+1} - \tau_t) - (\tau_t - \tau_{t-1})]^2 \rightarrow \min$$

y_t ja τ_t hälvete ruutude summa trendi 2. järku diferentside ruutude summa
kaaluga λ , mis on silumisparameeter.

Kui $\lambda = 0$, siis $\tau_t = y_t$ st ostsilleerivat komponenti pole

Kui $\lambda \rightarrow \infty$, siis τ_t on trend, mis saadakse, kui lineaarse trendi leidmiseks kasutatakse OLS-i.

Soovitused λ valikuks

$\lambda = 100\,000 - 150\,000$ kuiste andmete korral

$\lambda = 1600$ kvartaalsete andmete korral

$\lambda = 5 - 15$ aastaste andmete korral

NÄIDE: Hodrick-Prescott filter, trend ja sesoonne komponent

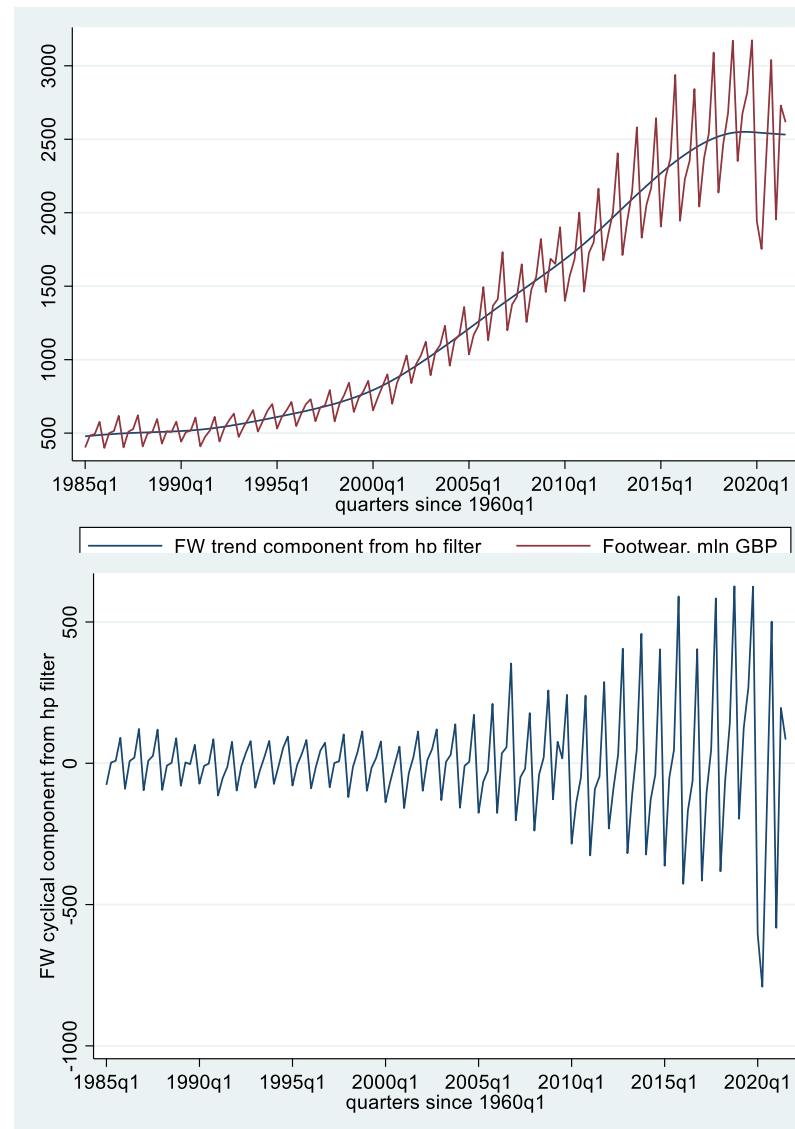
Tarbijate kulud jalatsitele (mln GBP)
Suurbritannias, kvartaalsed andmed
1985:1– 2021:3.

HP filter on eraldanud sileda trendi.
Võrdluseks tegelik aegrida (punane).

Eraldatud sesoonne komponent

Silumisparameeter

$$\lambda = 1600$$



SESOONNE KORRIGEERIMINE

Quarterly National Account Manual (2017). IMF. Ch 7. Seasonal Adjustment.

Täht, M. (2007) Aegridade sesoonne korrigeerimine. *Eesti statistika kuukiri*, 5, lk. 153-164.

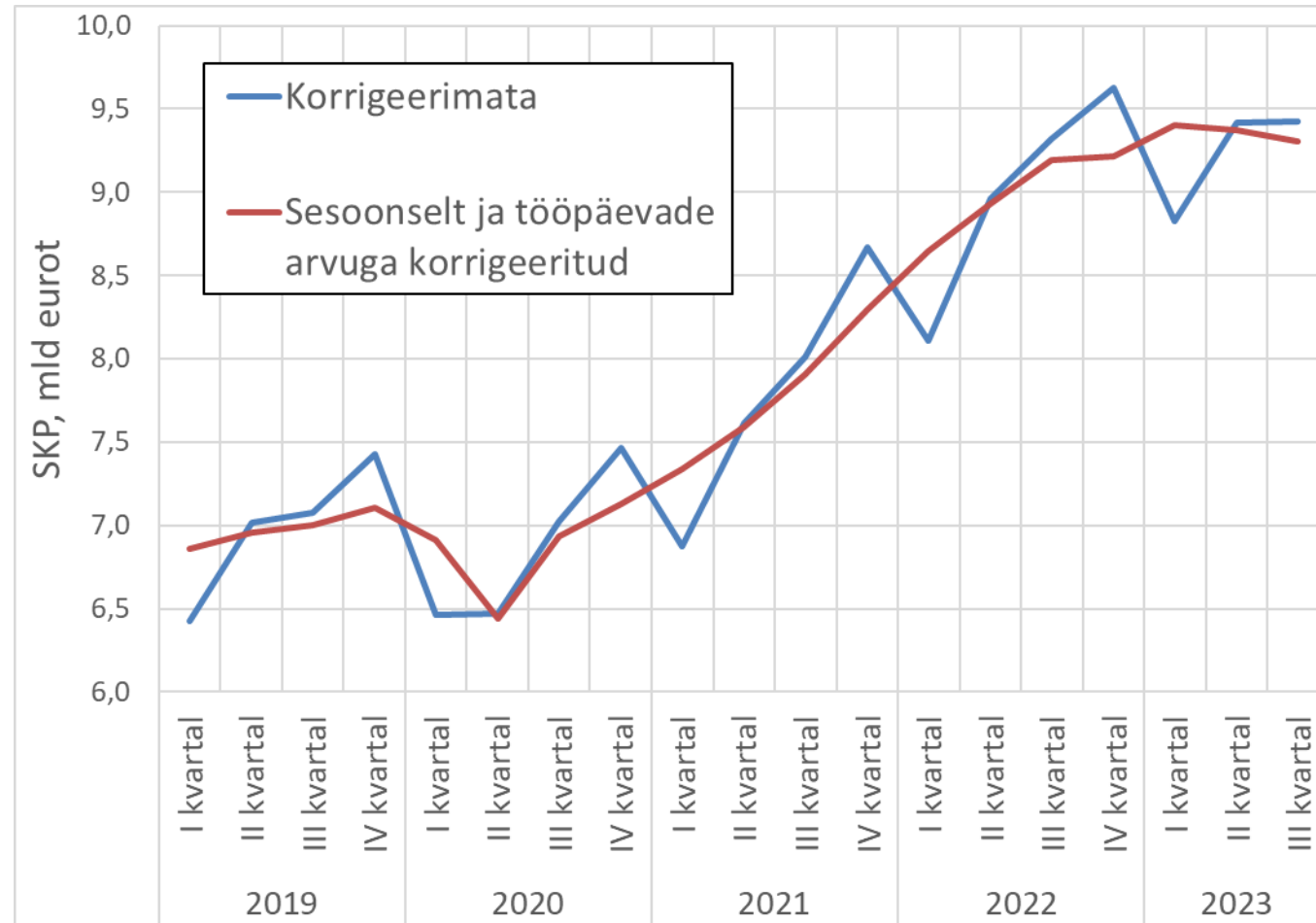
Mis on sesoonne korrigeerimine

seasonal adjustment

- Eesmärgiks on regulaarsete korduvate tegurite mõju kindlakstegemine ja **elimineerimine**.
- Eristatakse ja analüüsitakse järgmisi komponente:
 - trend-tsükkel komponent;
 - sesoonne komponent;
 - kalendrikomponent;
 - mitteregulaarne komponent.
- Tulemuseks on uus aegrida, kus erinevaid perioode on kergem võrrelda.
 - Näiteks soovime võrrelda mingi näitaja IV kvartali ja I kvartali väärtust. Probleemid:
 - IV kvartalis on jõulud;
 - I kvartalis veebruar (lühem kuu);
 - Võrdlemiseks on vaja korrigeerida.
- Korrigeeritud aegridade analüüs lubab näha algandmetes sesoonsuse poolt maskeeritud parameetreid, mida sesoonne komponent varjab või moonutab, eriti aegrea muutuse suunda ja kiirust.

Ökonomeetrilistes mudelites tuleks eelistada sesoonselt korrigeeritud aegridu.

NÄIDE: Eesti SKP, korrigeerimata ja korrigeeritud



Allikas: Eesti Statistikaameti andmebaas. Tabel RAA0012: SISEMAJANDUSE KOGUPRODUKT JA KOGURAHVATULU (ESA 2010)

Trend-tsükkel komponent

Trend-cycle component



Pikaajaline trend

Arvestab

- struktuurseid muutusi;
- rahvastiku kasvu;
- tehnoloogia arengut.



Äritsüklid

Ostsillatsioonid perioodiga 2 kuni 8 aastat.

Sesoonne komponent

Seasonal component

Sesoonsed muutused, millel on ühesugune

- periood,
- suund,
- suurus.

Põhjused

- kliimaatilised;
- haldus- või õigusnormid;
- sotsiaal-kultuurilised traditsioonid;
- kalendriefektid, mis aasta lõikes ei liigu:
 - pühad kindlatel kuupäevadel;
 - erinev keskmine tööpäevade arv erinevates kvartalites.

Kalendrikomponent

Calendar component

Sisaldab mittesesoonseid kalendriefekte, st mille esinemine võib ajas nihkuda.

- Tööpäevade efekt (*working-day effect*)

Iga kuu või kvartali jaoks leitakse $wd_t = \text{Tööpäevade arv} - \frac{5}{2} \times (\text{puhkepäevade arv})$

Kui $wd_t > 0$, siis vastavas kuus või kvartalis on rohkem tööpäevi kui standardsest nädalast lähtudes.

- Liikuvate pühade efekt (*moving holiday effect, Easter effect*)
 - Nt lihavõtte
- Liigaasta efekt (*leap year effect*)

Mitteregulaarne komponent

Irregular component

Kõik need fluktuatsioonid, mis ei sisaldu eelmistes komponentides.
Nende esinemise aeg, kestvus ja mõju on prognoosimatud.

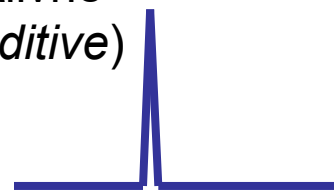
Erindid (*outliers*)

Põhjuseks

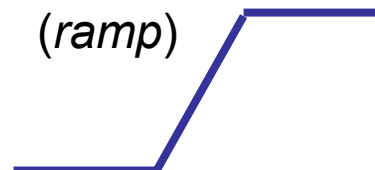
- majandus- või finantskriisid;
- streigid;
- looduskatastroofid.



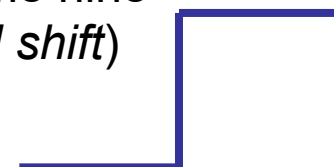
aditiivne
(*additive*)



kallak
(*ramp*)



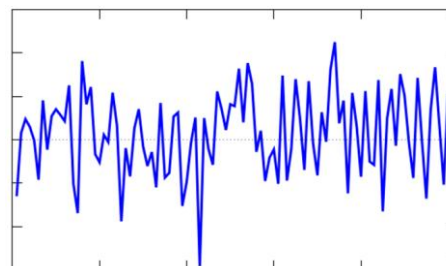
taseme nihe
(*level shift*)



ajutine muutus
(*temporary change*)



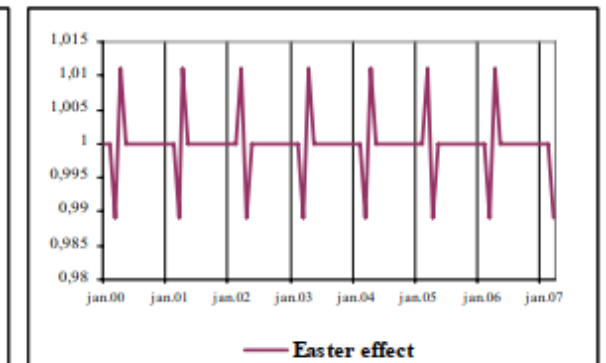
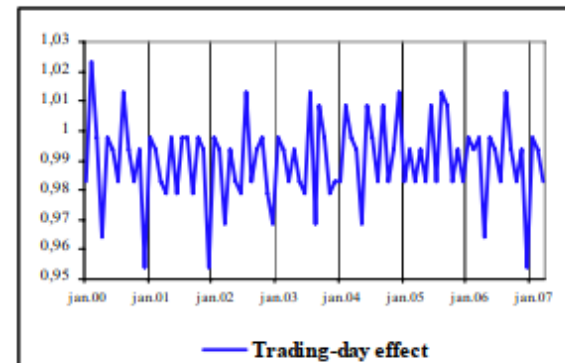
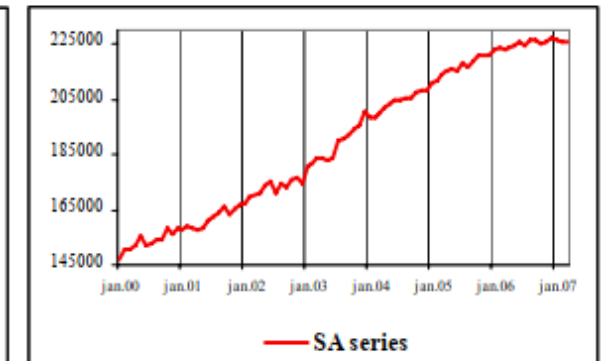
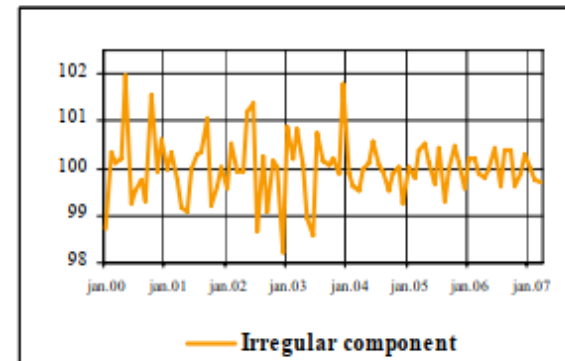
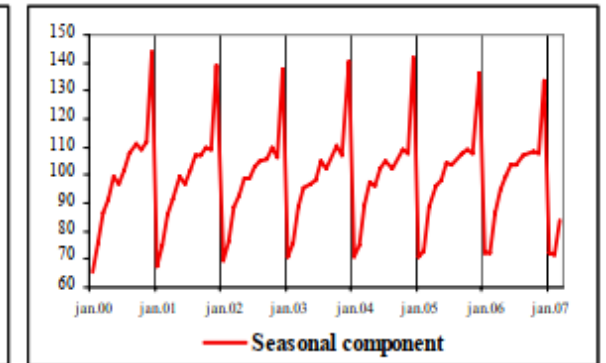
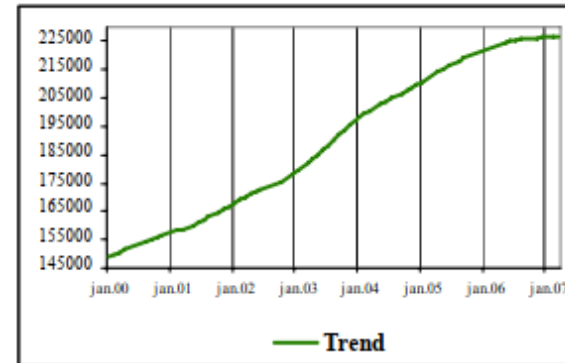
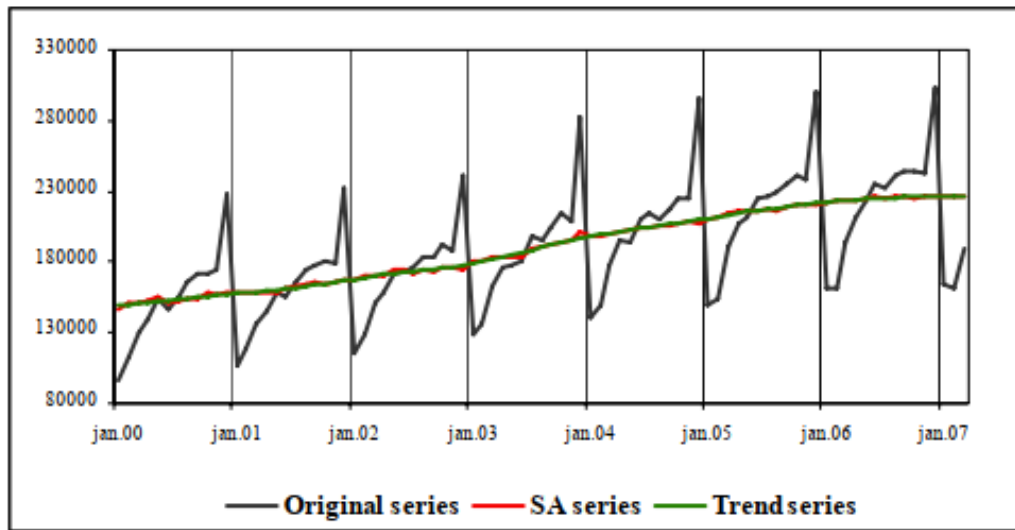
Valge müra



NÄIDE: jaekaupade käive Ungaris

Jaanuar 2000 kuni märts 2007.

Algne aegrida



Allikas: Seasonal Adjustment Methods and Practices. Hungarian Central Statistical Office, Budapest, 2007.

Sesoonse korrigeerimise meetodid

- Parameetrilised ehk mudelil põhinevad
 - Tuntuim TRAMO/SEATS
 - Kasutatakse Euroopa Liidu statistikas: Eurostat, Euroopa Keskpank, Eesti Statistikaamet
- Mitteparameetrilised ehk filtritel põhinevad
 - Rakendatakse fikseeritud filtreid, mille aluseks on reeglina kaalutud libisevad keskmised. Need keskmised "liiguvad" aegrea ajateljel ja nii saadakse uus aegrida, mis on eelmisest siledam.
 - X12-ARIMA, X13ARIMA-SEATS
 - Arendatud ja kasutusel USA loendusbüroos (US Census Bureau).

NÄIDE: turism ja majanduskasv

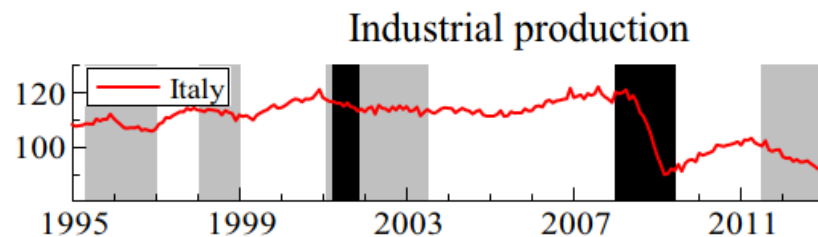
Turismi ja majanduskasvu vahelise seose analüüs kümnes Euroopa riigis aastatel 1995-2021.
Kui sed aegread Eurostati andmebaasist.

Majanduskasvu vahendajaks (*proxy*) oli võetud tööstustoodang (*industrial production*).

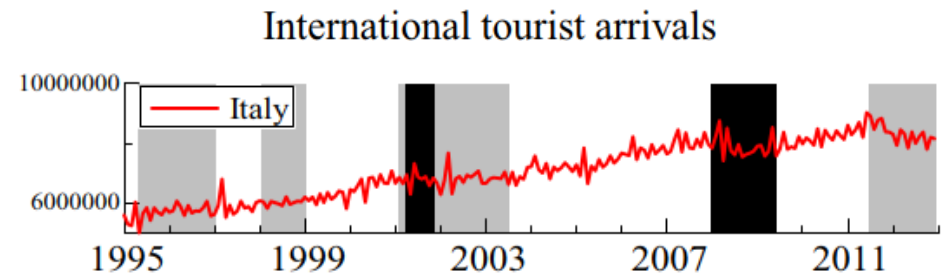
Tööstustoodangu aegread olid sesoonselt korrigeeritud.

Välisturistide arvu aegread (*tourist arrivals*) olid sesoonselt korrigeerimata.

Näiteks Itaalia



Eurostatist sesoonselt korrigeeritud



Eurostatist sesoonselt korrigeerimata.

Tuli eelnevalt korrigeerida.

Kasutasid X-12 ARIMA protseduuri.

Antonakakis, N., Dragouni, M. and Filis, G., (2015). How strong is the linkage between tourism and economic growth in Europe? *Economic Modelling*, 44, pp.142-155.

TRAMO/SEATS meetod

Kaks faasi

1) TRAMO: Time Series Regression with ARIMA Noise, Missing Observations and Outliers Toimub

- Tööpäevade arvuga korrigeerimine, baseerub regressioonimudelil.
- Erindite kindlaks tegemine ja korrigeerimine.
- Puuduvate väärtuste interpoleerimine.

Selleks hinnatakse ARIMAX mudelit $z_t = x_t + y_t \beta$

x_t on mingi SARIMA(p,d,q) × (P,D,Q)_s mudel

Regressioonimudel, milles k tunnust y_{kt}

Võimalikud tunnused:

- tööpäevade efekt;
- liikuvate pühade efekt;
- liigaasta efekt;
- erindid;
- muud kasutaja poolt defineeritud tunnused.

Valmistatakse ette mudel programmile SEATS.

2) SEATS: Signal Extraction in ARIMA Time Series

- Lähtub TRAMO abil saadud aegrea mudelist.
- Jaotab komponentideks: trend, sesoonne ja mitteregulaarne komponent.

Sesoonse korrigeerimise tarkvara

TRAMO/SEATS ja X-12 ARIMA
on programmides R, EViews, Gretl

STATA-s võimalik lisada lisamoodul X-12 ARIMA jaoks
st0255.pkg

Eraldi programm (Windows)

DEMETRA+

sisaldab nii TRAMO/SEATS kui ka X-12-ARIMA

<https://joinup.ec.europa.eu/software/demetraplus/home>