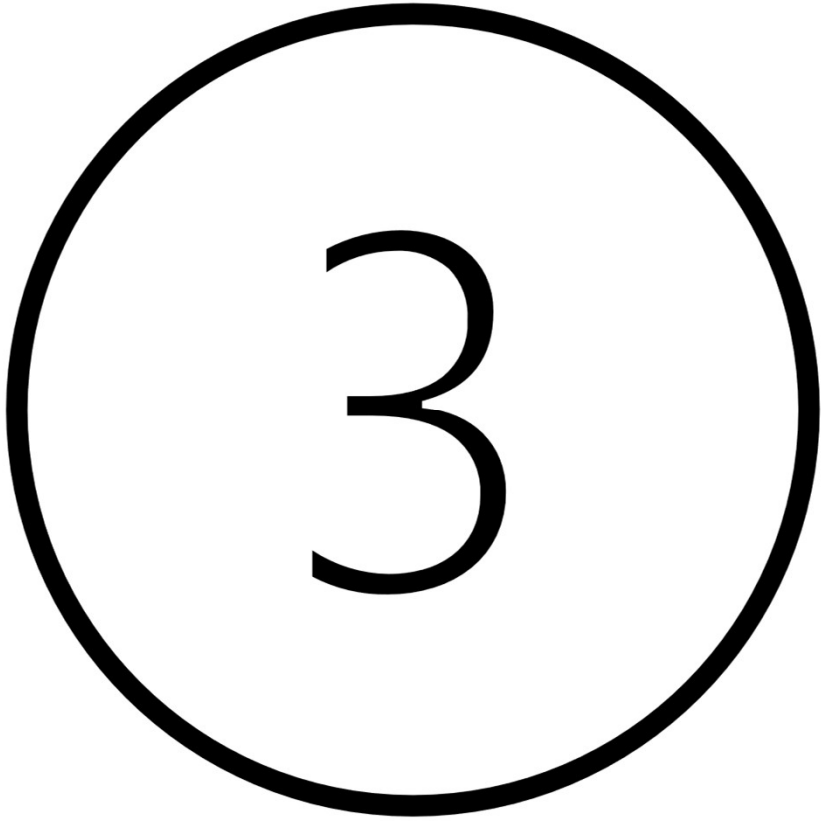
7. Hargmikud ja liitjad

IEE2560 – Raadiosageduslik elektroonika

Kolme pordiga hargmikud



Kolme pordiga hargmikud

- Kolme pordiga seadme hajuparameetrite maatriksis on kokku üheksa elementi:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} \end{bmatrix}.$$

- Kui seade ei sisalda anisotroopseid materjale siis on ta pööratav (*reciprocal*) ja seega **sümmeetrilise** hajuparameetrite maatriksiga: $s_{ij} = s_{ji}$.

- Ideaalsel juhul soovime täiendavalt, et hargmiku kõik pordid oleksid sobitatud: $s_{ii} = 0$ ja et seade ise oleks kaovaba:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & s_{12} & s_{13} \\ s_{12} & 0 & s_{23} \\ s_{13} & s_{23} & 0 \end{bmatrix}.$$

- Saab näidata, et kõiki kolme tingimust (pööratav, kaovaba ja sobitatud) **ei ole võimalik** samaaegselt täita.

Kolme pordiga hargmikud

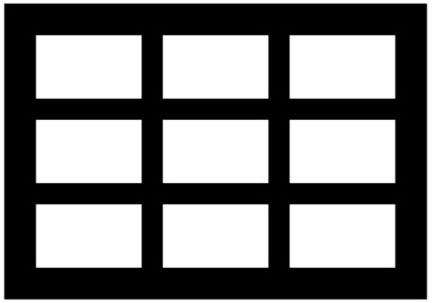
- Meenutame (teisest loengust), et kaovaba pööratava ahela korral kehtib (energia jäävuse seadus):

$$\sum_{j=1}^{N} \left|s_{ji}\right|^2 = \sum_{j=1}^{N} s_{ji} s_{ji}^* = 1 \,.$$

- Pööratavusest $s_{ij} = s_{ji}$ lähtuvalt:

$$\sum_{j=1}^{N} s_{ji} s_{ji}^* = \sum_{j=1}^{N} s_{ji} s_{ij}^* = 1$$

- Kaovaba N-pordi hajuparameetrite maatriks **S** on **unitaarne**: $\mathbf{SS}^* = \mathbf{S}^*\mathbf{S} = \mathbf{SS}^{-1} = \mathbf{I}$.



Kolme pordiga hargmikud

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & s_{12} & s_{13} \\ s_{12} & 0 & s_{23} \\ s_{13} & s_{23} & 0 \end{bmatrix}.$$

- Meie kolme pordiga hargmiku korral peab seega kehtima:

$$\begin{cases} |s_{12}|^2 + |s_{13}|^2 = 1 \\ |s_{12}|^2 + |s_{23}|^2 = 1 \\ |s_{13}|^2 + |s_{23}|^2 = 1 \end{cases}.$$

- Samas peab kehtima ka

$$\begin{cases} s_{13}^* s_{23} = 0 \\ s_{23}^* s_{12} = 0 \\ s_{12}^* s_{13} = 0 \end{cases}.$$

- Viimane on täidetud kui vähemalt kaks kolmest parameetrist (s_{12}, s_{13}, s_{23}) on nullid.
- Samas ei ole siis täidetud esimese võrrandsüsteemi tingimused.

Ühesuunaline kolme pordiga hargmik

- Kui kolmpordi ülekanne sõltub suunast (*nonreciprocal*) siis $s_{ij} \neq s_{ji}$, kui $i \neq j$, Sellisel juhul on ülejäänud kaks tingimust (sobitatus ja kadude puudumine) saavutatavad.
- Hajuparameetrite maatriks on nüüd:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & 0 & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & 0 \end{bmatrix}.$$

- Kaovaba seadme puhul:

$$\begin{cases} |s_{12}|^2 + |s_{13}|^2 = 1 \\ |s_{21}|^2 + |s_{23}|^2 = 1 \\ |s_{31}|^2 + |s_{32}|^2 = 1 \\ s_{31}^* s_{32} = 0 \\ s_{21}^* s_{23} = 0 \\ s_{12}^* s_{13} = 0 \end{cases}.$$

- Võrrandsüsteemi rahuldab üks kahest:

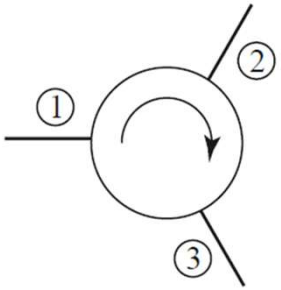
$s_{12} = s_{23} = s_{31} = 0$, $|s_{21}| = |s_{32}| = |s_{13}| = 1$;

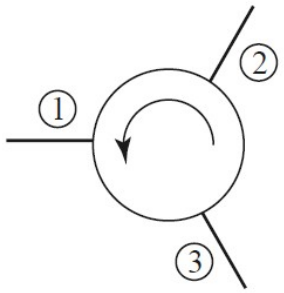
$s_{21} = s_{32} = s_{13} = 0$, $|s_{12}| = |s_{23}| = |s_{31}| = 1$.

Tsirkulaator

- Taolist, kolme või enama pordiga, ühesuunalist seadet, nimetatakse **tsirkulaatoriks** (*circulator*).
- Kahe pordiga juhul nimetatakse seadet **isolaatoriks** (*isolator*).

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$





Joonised: D. M. Pozar, Microwave Engineering, Fourth Edition, John Wiley & Sons, Inc, 2012.

Tsirkulaator



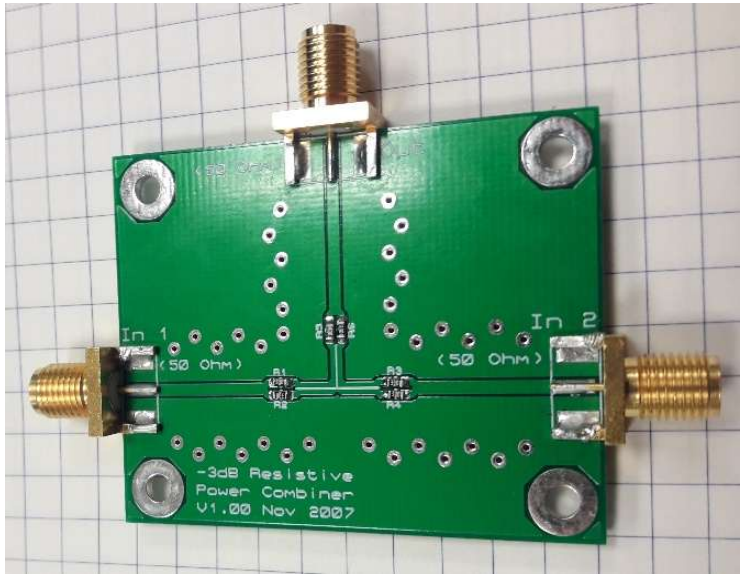
T - hargmik

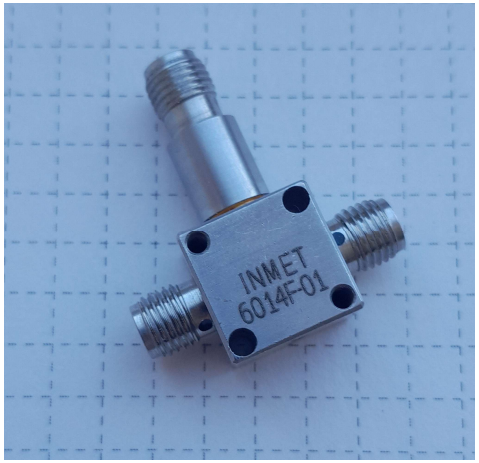
- Saab näidata, et kaovaba ja pööratav kolme pordiga hargmik on realiseeritav kui ohvriks tuua vähemalt ühe pordi sobitus.
- Taolisi hargmike nimetatakse nende kuju järgi ka **T-hargmikeks** (*T-junction*).



Takistuslik hargmik

- Kui *n*-port sisaldab kadudega komponente, näiteks takisteid, siis saab tagada samaaegse sobituse kõigis selle portides.
- Lisaks kadudele on puuduseks ka madal isolatsioon portide vahel.
- **Takistusliku hargmikuga** (*resistive power divider*) saab võimsust jagada kahe või enama pordi vahel. Võimsust saab jagada kas võrdselt või mõnda porti rohkem ja teise vähem.
- Teoreetiliselt piiramatu ribalaiusega seade.





Takistuslik hargmik

- Üks võimalik takistuslik hargmik signaali võimsuse jagamiseks võrdselt kahe pordi vahel koosneb kolmest Y – ühenduses takistist. Kõigi kolme takistus on võrdne kolmandikuga süsteemi lainetakistusest $R = Z_0/3$.
- Seadme analüüs on lihtne. Saab näidata, et S-parameetrite maatriks on kujul

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

- Väljundvõimsus on sisendiga võrreldes 6 dB võrra väiksem. Samuti on väljundite vaheline isolatsioon ainult 6 dB.
- Saab koostada ka Δ konfiguratsioonis takistitest.

Wilkinsoni hargmik

- Tegemist on hargmikuga mille kõik pordid on sobitatud. Viimasel juhul on hargmik täiendavalt ka kaovaba. Miinuseks on seadme piiratud ribalaius.
- Tüüpiliselt valmistatakse ülekandeliinide põhjal, saab koostada ka diskreetelementidel.
- Tegemist ei ole sümmeetrilise seadmega, sisendeid ja väljundeid ei saa meelevaldselt vahetada.

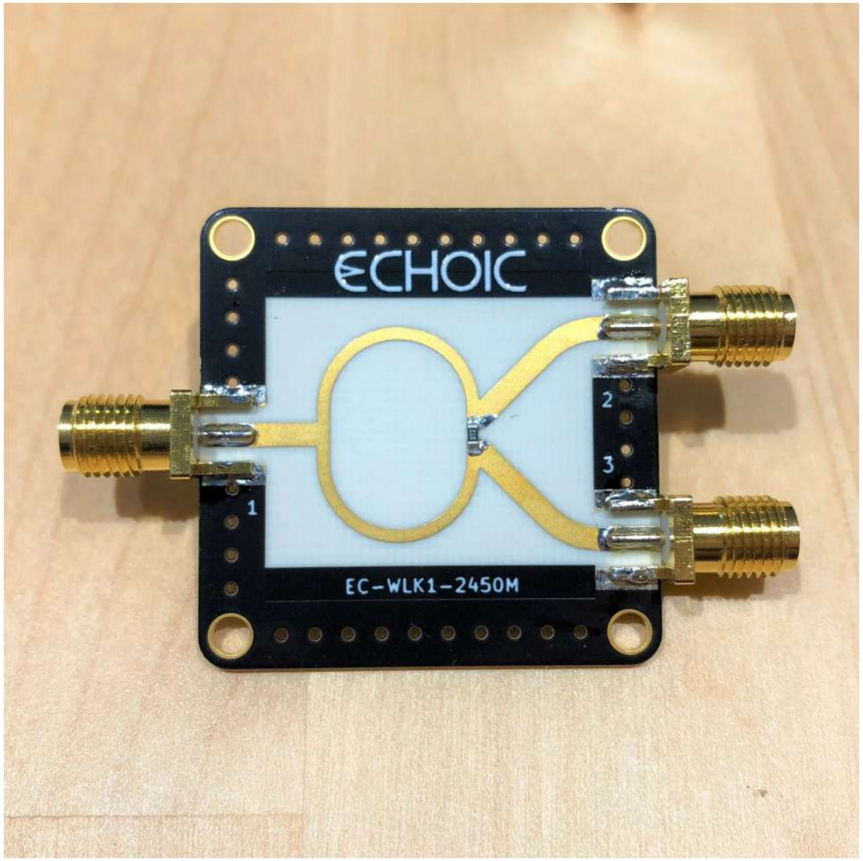
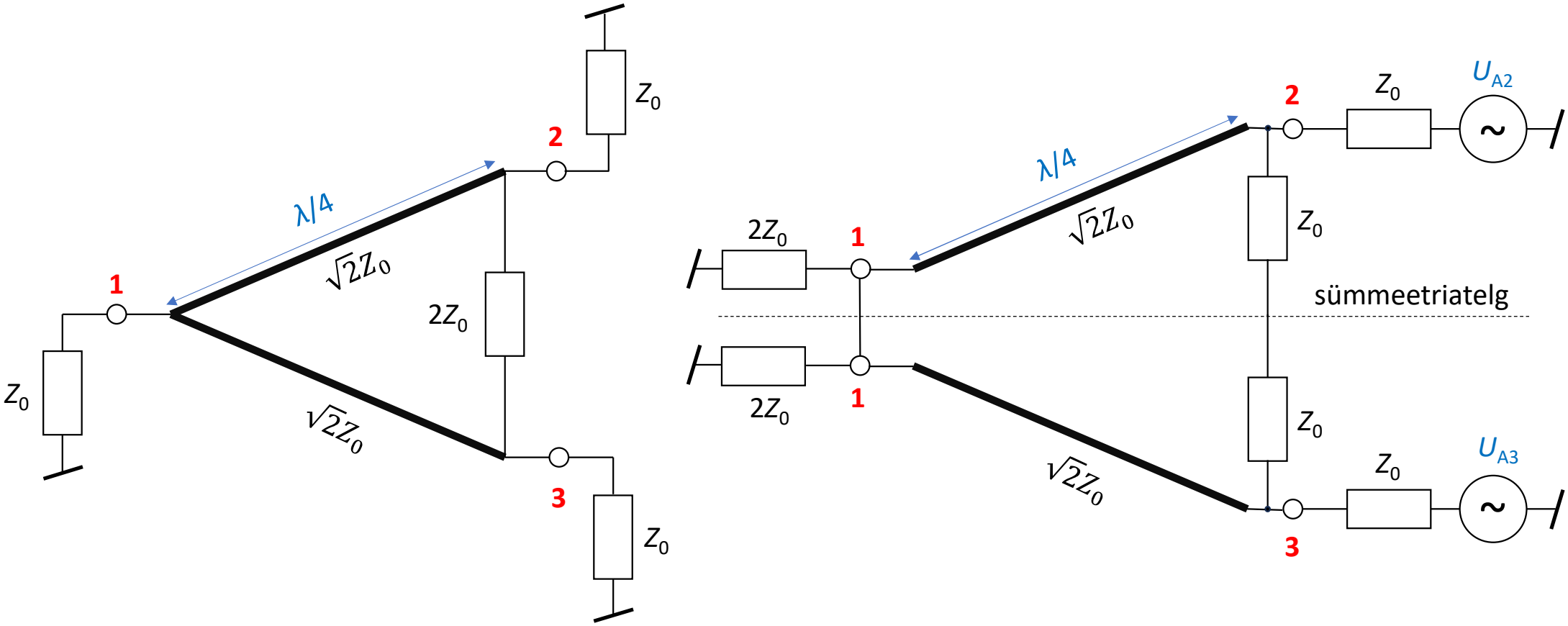


Foto: https://store.echoicrf.com/product/ec-wlk1-2450m/

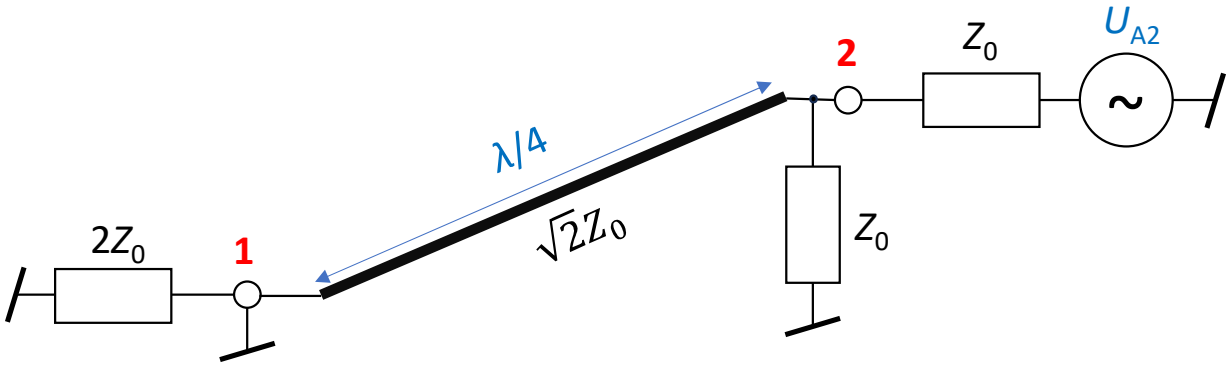
Paaris- ja paaritute moodide analüüs

- Meetod (*Even-Odd Mode Analysis*) võimaldab superpositsiooni-printsiipi kasutades analüüsida sümmeetrilisi ahelaid.
- Ahelat analüüsitakse esmalt samas faasis olevate sisendsignaalide ehk **paaris moodi** (*even mode*) korral $U_{A2} = U_{A3}$.
- Seejärel analüüsitakse ahelat ka vastandfaasis olevate signaalide ehk **paaritu moodi** korral (*odd mode*) $U_{A2} = -U_{A3}$.
- Ahela sümmeetria võimaldab mõlemal juhul skeemi lihtsustamist.
- Lõplik tulemus saadakse mõlema analüüsi tulemuste liitmisel (superpositsioon).

Wilkinsoni hargmiku sümmeetria

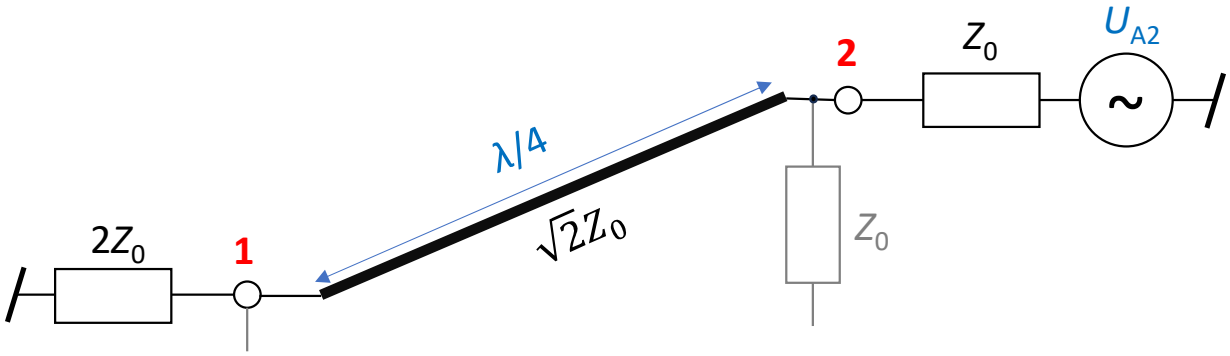


Paaritu mood



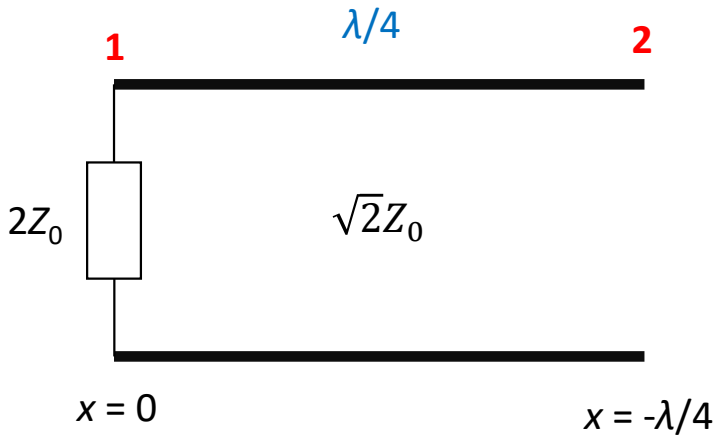
- Rakendatud pinged on võrdsed ja vastandmärgilised: $U_{A2} = -U_{A3}$.
- Sümmeetriateljele tekib virtuaalne maa – nullpotentsiaaliga pind.
- Sisendport (**1**) on lühises: $U_1^o = 0$.
- Veerandlainetraafo teisendab selle lühise väljundpordiga (**2**) rööbiti olevaks tühiseks.
- Väljundpordi (**2**) pinge on seega pool rakendatud pingest: $U_2^o = U_{A2}/2$.
- Sümmeetria tõttu on kolmandas (**3**) pordis: $U_3^o = U_{A3}/2 = -U_{A2}/2$.

Paaris mood



- Rakendatud pinged on võrdsed: $U_{A2} = U_{A3}$.
- Sümmeetriatelge ei läbi vool – hargmiku kaks poolt on teineteisest isoleeritud.
- Veerandlainetraafo teisendab sisendis oleva impedantsi $2Z_0$ teisest pordist (**2**) vaadatuna impedantsiks Z_0.
- Seega ka siin on teises pordis (**2**) pool rakendatud pingest: $U_2^{\,e} = U_{A2}/2$
- Kolmandas pordis (**3**) on olukord täpselt sama: $U_3^{\,e} = U_{A3}/2 = U_{A2}/2$.

Paaris mood



- Viimasena on meil vaja leida sisendpordi (**1**) pinge U_1^{e} paaris moodi korral.
- Pinge ülekandeliinis:

$$u(x) = U^{+}\left(\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kx} + \Gamma\mathrm{e}^{+\mathrm{j}kx}\right)$$

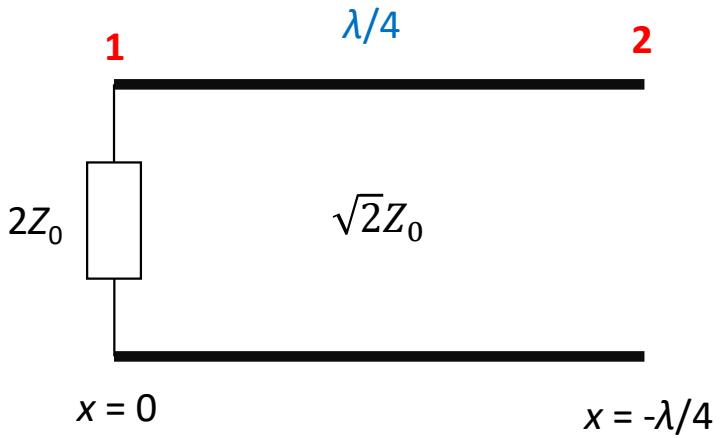
- Peegeldustegur ülekandeliini lõpus, esimese pordi (**1**) juures:

$$\Gamma = \frac{2Z_0 - \sqrt{2}Z_0}{2Z_0 + \sqrt{2}Z_0} = \frac{2 - \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}}$$

ja lainearv

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}.$$

Paaris mood



- Pinge teises pordis (**2**) on ühest küljest $U_2^e = U_{A2}/2$ teisest aga

$$U_2^e = u\left(-\frac{\lambda}{4}\right) = U^+\left(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{\pi}{2}} + \Gamma\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{\pi}{2}}\right) = \mathrm{j}U^+(1-\Gamma) = \frac{U_{A2}}{2}$$

- Sellest saame nüüd avaldada langeva laine

$$U^+ = \frac{U_{A2}}{2\mathrm{j}(1-\Gamma)} = \frac{\mathrm{j}U_{A2}}{2(\Gamma-1)}.$$

- Pinge esimeses pordis (**1**) on:

$$U_1^e = u(0) = U^+(1+\Gamma) = \mathrm{j}\frac{U_{A2}}{2}\frac{(\Gamma+1)}{(\Gamma-1)} = -j\frac{U_{A2}}{\sqrt{2}}.$$

Tulemused

- Mõlema moodi korral on teise ja kolmanda pordi (**2**, **3**) impedants võrdne Z_0-ga seega $s_{22} = s_{33} = 0$.
- Paaris moodi korral näeme, et ka hargmiku sisend-impedants (**1**) on võrdne allika omaga ($2Z_0$), seega ka $s_{11} = 0$.
- Seade on pööratav, seega päri- ja vastuülekanded on võrdsed

$$s_{12} = s_{21} = \frac{U_1^o + U_1^e}{U_2^o + U_2^e} = -\frac{\mathrm{j}}{\sqrt{2}}.$$

- Sümmeetria tõttu on ka $s_{13} = s_{31} = s_{12}$.
- Väljundite vaheline isolatsioon:

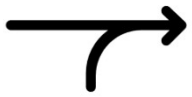
$$s_{23} = s_{32} = \frac{U_3^o + U_3^e}{U_2^o + U_2^e} = 0.$$

Wilkinsoni hargmik

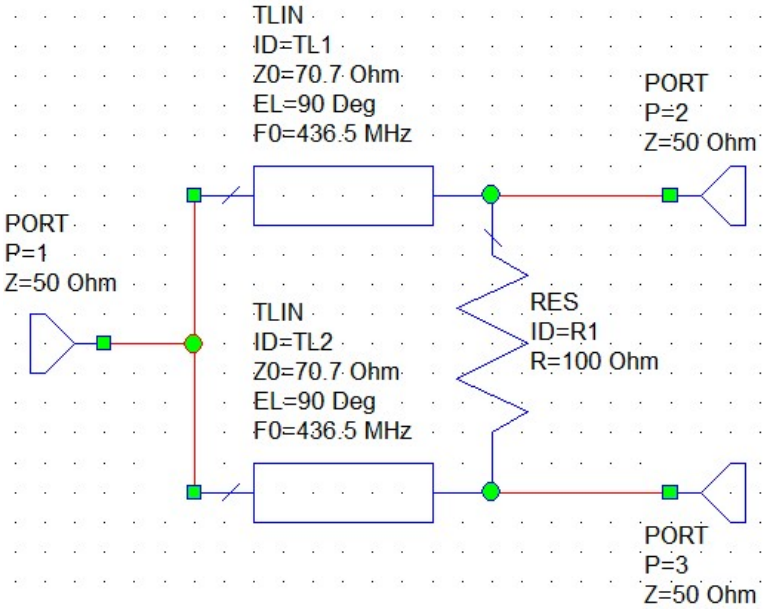
- Kasutades paaris- ja paaritute moodide analüüsi näitasime, et Wilkinsoni hargmiku hajuparameetrid on kujul

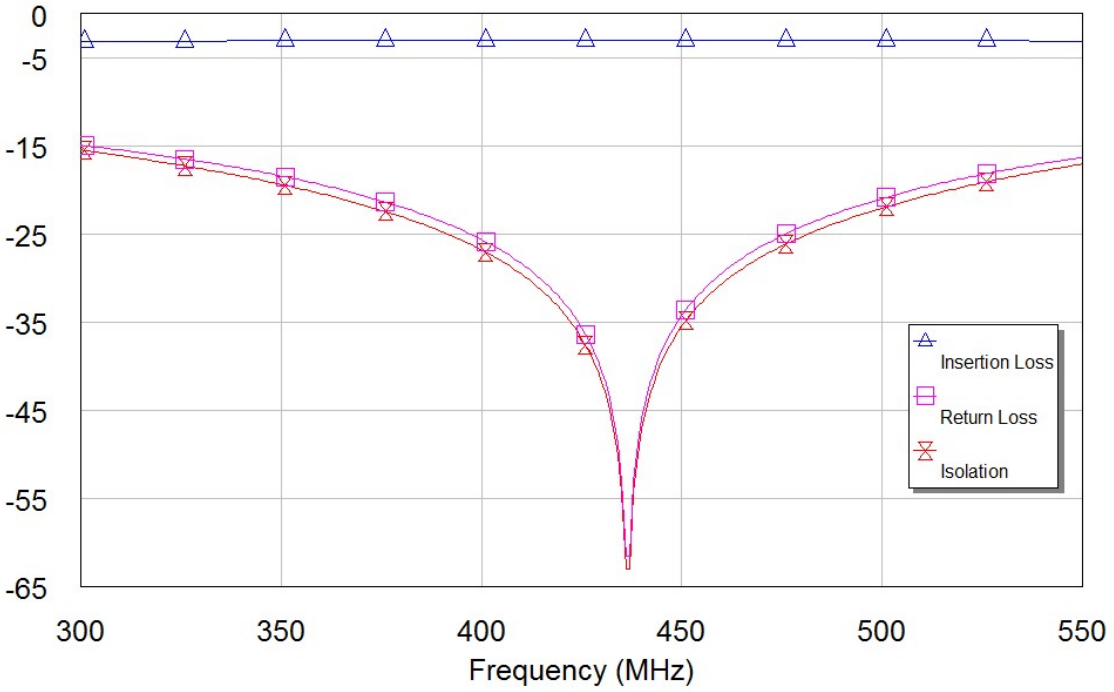
$$\mathbf{S} = -\frac{j}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

- Võimsust saab jagada ka rohkem kui kahe väljundi vahel. Võimsus ei pea portide vahel võrdselt jagunema.

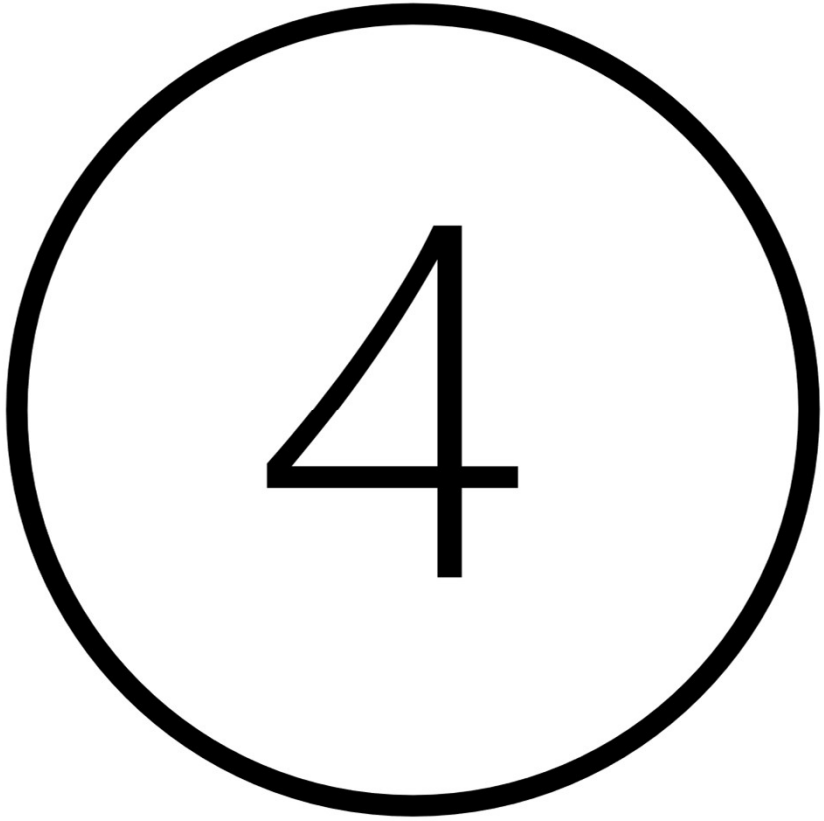


Wilkinsoni hargmik





Nelja pordiga hargmikud



Nelja pordiga hargmikud

- Nelja pordiga, pööratava, kaovaba ja igas pordis sobitatud hargmiku hajuparameetrite maatriks on kujul:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & s_{12} & s_{13} & s_{14} \\ s_{12} & 0 & s_{23} & s_{24} \\ s_{13} & s_{23} & 0 & s_{34} \\ s_{14} & s_{24} & s_{34} & 0 \end{bmatrix}.$$

- Saab näidata*, et $s_{14} = s_{23} = 0$ mistõttu maatriks lihtsustub

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & s_{12} & s_{13} & 0 \\ s_{12} & 0 & 0 & s_{24} \\ s_{13} & 0 & 0 & s_{34} \\ 0 & s_{24} & s_{34} & 0 \end{bmatrix}.$$

* Vt õpikust [3] lk 320 - 321

Nelja pordiga hargmikud

- Eelmisest saab omakorda*

$$\begin{cases} |s_{13}|^2 = |s_{24}|^2 \\ |s_{12}|^2 = |s_{34}|^2 \end{cases},$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & s_{12} & s_{13} & 0 \\ s_{12} & 0 & 0 & s_{24} \\ s_{13} & 0 & 0 & s_{34} \\ 0 & s_{24} & s_{34} & 0 \end{bmatrix}.$$

* Vt õpikust [3] lk 320 - 321

Nelja pordiga hargmikud

- Valime nüüd $s_{12} = s_{34} = \alpha e^{j0} = \alpha$ ning $s_{13} = \beta e^{j\theta}$ ja $s_{24} = \beta e^{j\phi}$.
- Täiendavalt peab kehtima $\alpha^2 + \beta^2 = 1$. Maatriksi

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & \alpha & \beta e^{j\theta} & 0 \\ \alpha & 0 & 0 & \beta e^{j\phi} \\ \beta e^{j\theta} & 0 & 0 & \alpha \\ 0 & \beta e^{j\phi} & \alpha & 0 \end{bmatrix}$$

  teise ja kolmanda rea skalaarkorrutis

$$\alpha^* \beta e^{j\theta} + \alpha \beta e^{-j\phi} = 0.$$

- Viimasest järeldub, et: $\theta + \phi = \pi \pm 2n\pi, n = 0, 1, 2, 3, \ldots$.

Nelja pordiga hargmikud

- Sümmeetriline hargmik:

$$\theta = \phi = \frac{\pi}{2}.$$

- Hajuparameetritega:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & \alpha & \mathrm{j}\beta & 0 \\ \alpha & 0 & 0 & \mathrm{j}\beta \\ \mathrm{j}\beta & 0 & 0 & \alpha \\ 0 & \mathrm{j}\beta & \alpha & 0 \end{bmatrix}.$$

- Asümmeetriline hargmik

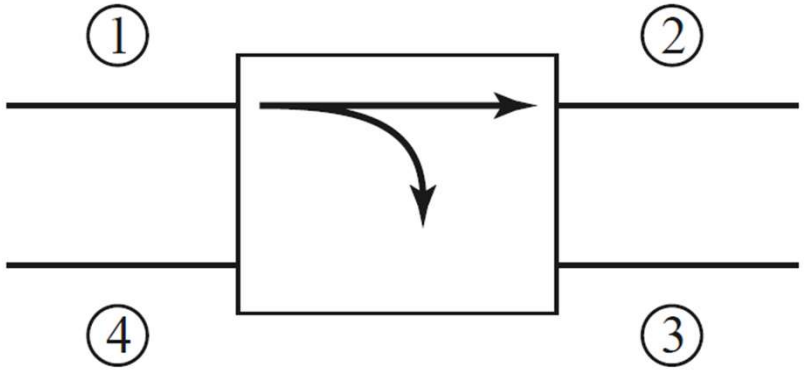
$$\theta = 0, \phi = \pi.$$

- Hajuparameetritega:

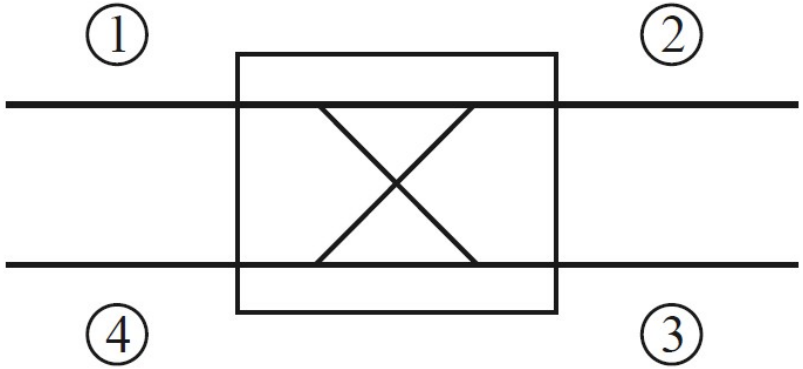
$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & \alpha & \beta & 0 \\ \alpha & 0 & 0 & -\beta \\ \beta & 0 & 0 & \alpha \\ 0 & -\beta & \alpha & 0 \end{bmatrix}.$$

Suundhargmik

Sisend (*input*) **Läbiv** (*through*)



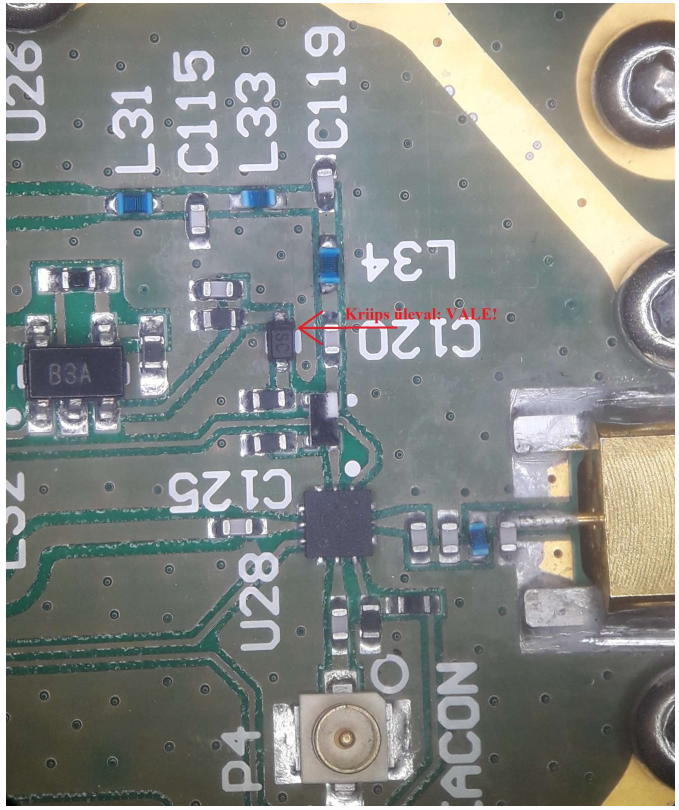
Isoleeritud (*isolated*) **Sidestatud** (*coupled*)

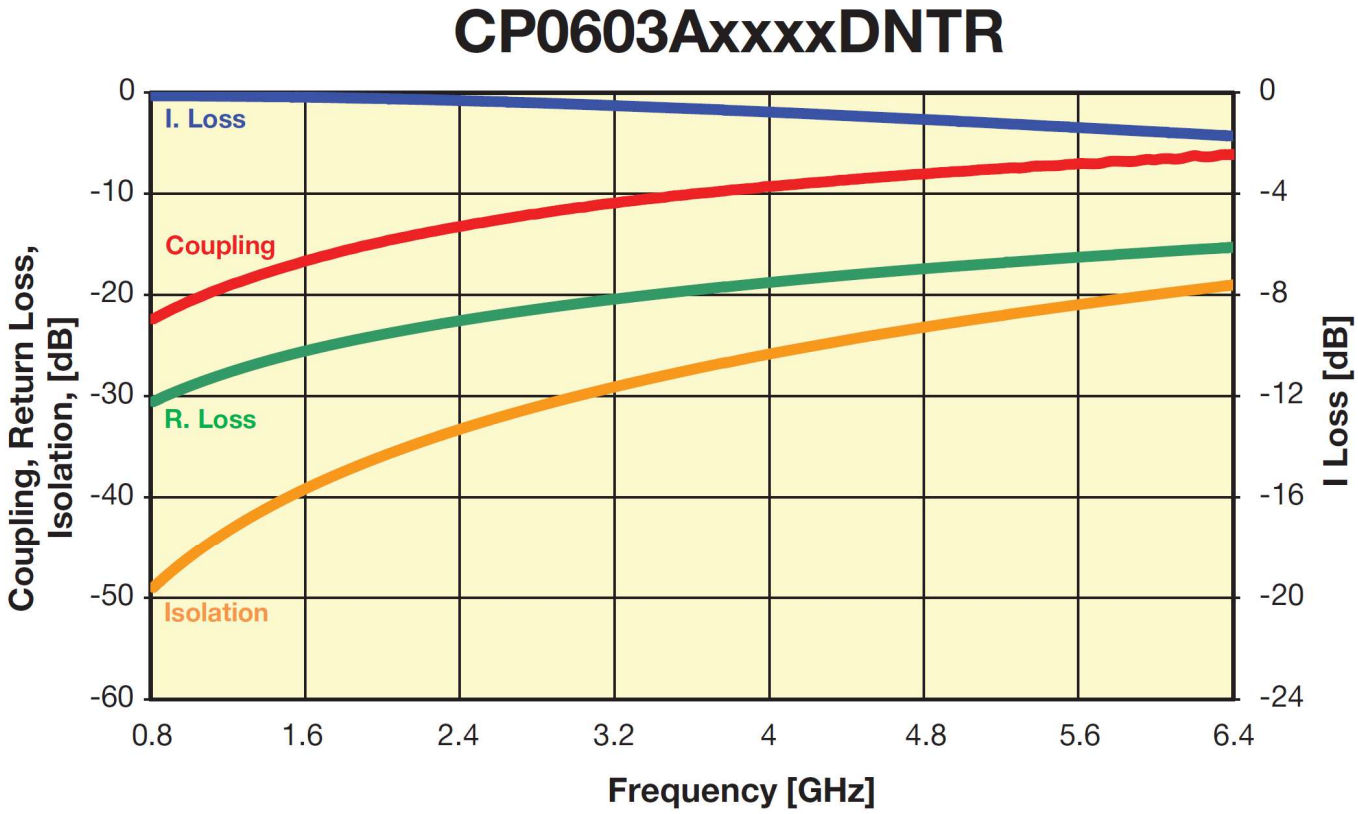


- **Sidestustegur** (*coupling factor*)
$$|s_{31}|^2 = \beta^2.$$
- Ülekanne läbivasse porti:
$$|s_{21}|^2 = 1 - \beta^2 = \alpha^2.$$
- Tüüpilised parameetrid [dB]:
  - Sidestus(tegur) (*Coupling*)
$$C = 10 \cdot \log\frac{P_3}{P_1} = 20 \cdot \log\beta;$$
  - **Sisestuskadu** (*Insertion Loss*)
$$IL = 10 \cdot \log\frac{P_2}{P_1} = -20 \cdot \log|s_{21}|;$$
  - **Isolatsioon** (*Isolation*)
$$I = 10 \cdot \log\frac{P_4}{P_1} = -20 \cdot \log|s_{41}|;$$
  - **Suunatavus**(*Directivity*)
$$D = 10 \cdot \log\frac{P_3}{P_4} = 20 \cdot \log\frac{\beta}{|s_{41}|}.$$

Joonised: D. M. Pozar, Microwave Engineering, Fourth Edition, John Wiley & Sons, Inc, 2012.

Suundhargmik





Suundhargmikud

- Sidestus isolatsioon ja suunatavus on omavahel seotud kui:

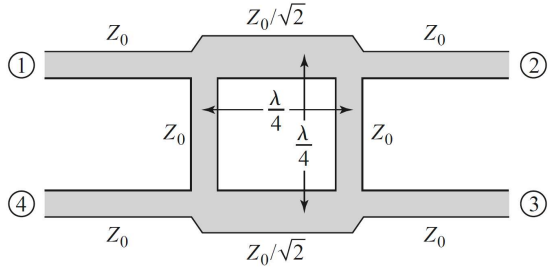
$$I = D + C \ [\mathrm{dB}].$$

- Ideaalsel hargmiku on lõputu suunatavus ja isolatsioon (S_{14} = 0). Vajalikud α ja β väärtused saab määrata soovitud sidestusteguri *C* põhjal.
- Suundhargmikute erijuhuks on **hübriidhargmikud** (*hybrid couplers*) millede korral sidestusteguri väärtuseks on *C* = 3 dB.

Hübriidhargmikud

- Kvadratuurne hübriid (*quadrature hybrid*):

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 0 & 1 & \mathrm{j} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \mathrm{j} \\ \mathrm{j} & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \mathrm{j} & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$



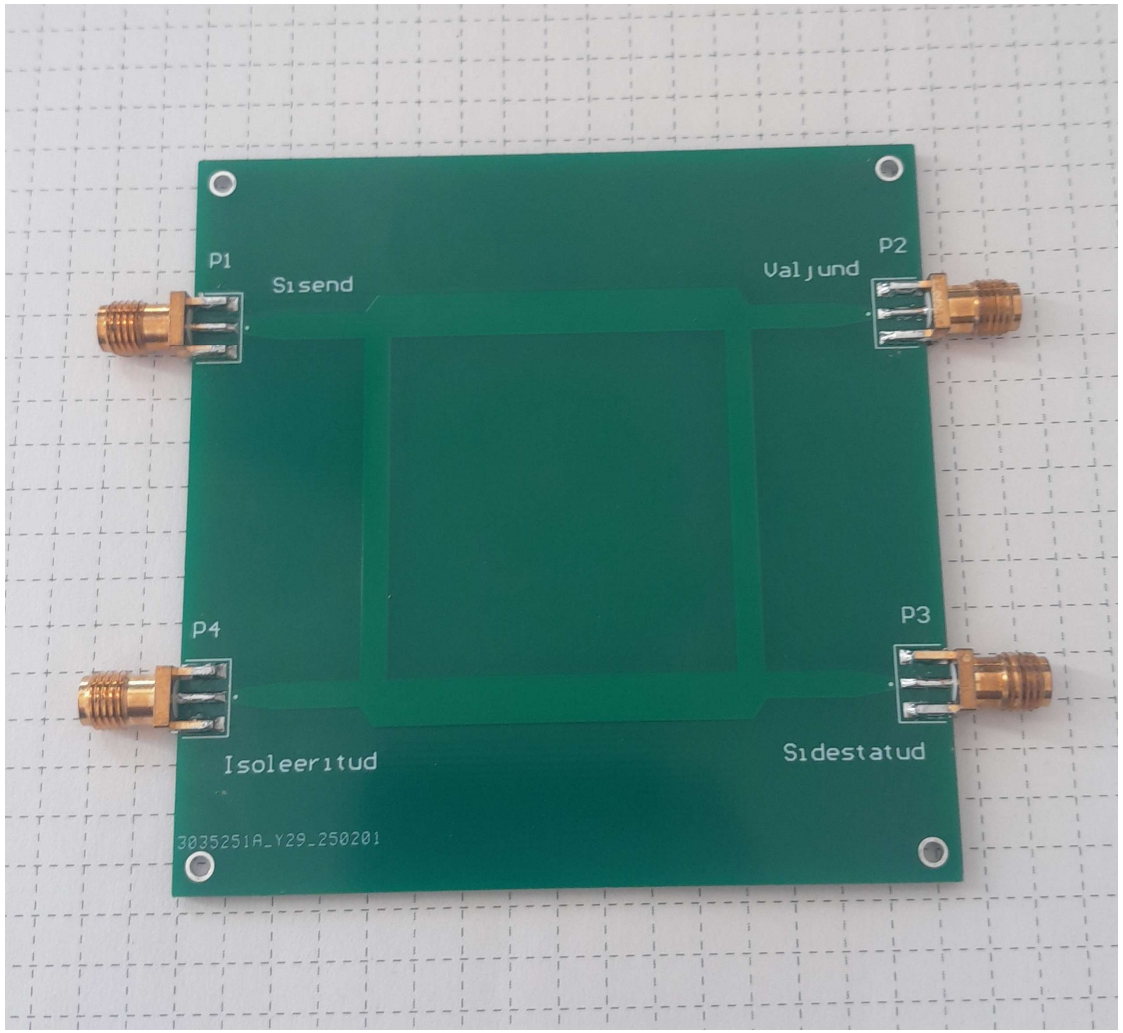
- Ringhübriid (*rat-race hybrid*) ja T-hübriid (*magic-T hybrid*):

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$



Joonis: D. M. Pozar, Microwave Engineering, Fourth Edition, John Wiley & Sons, Inc, 2012.

Kvadratuurne hübriid



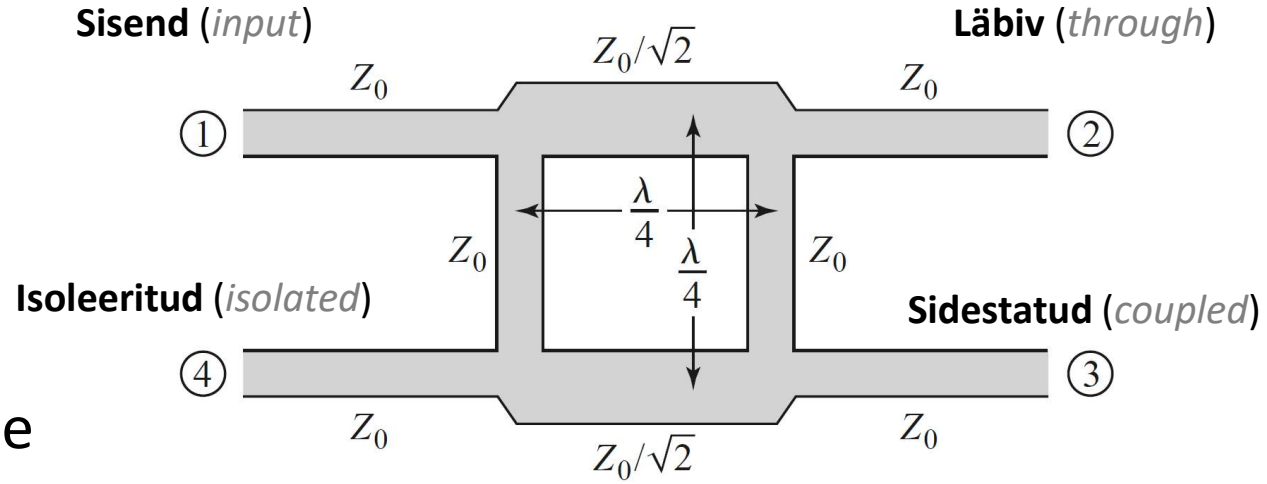
Kvadratuurne hübriid

- Reaalse seadme puhul peame arvestama ka ülekandeliinide tekitatud viiteid:

$$\mathbf{S} = \frac{-1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 0 & j & 1 & 0 \\ j & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & \mathrm{j} \\ 0 & 1 & \mathrm{j} & 0 \end{bmatrix}$$

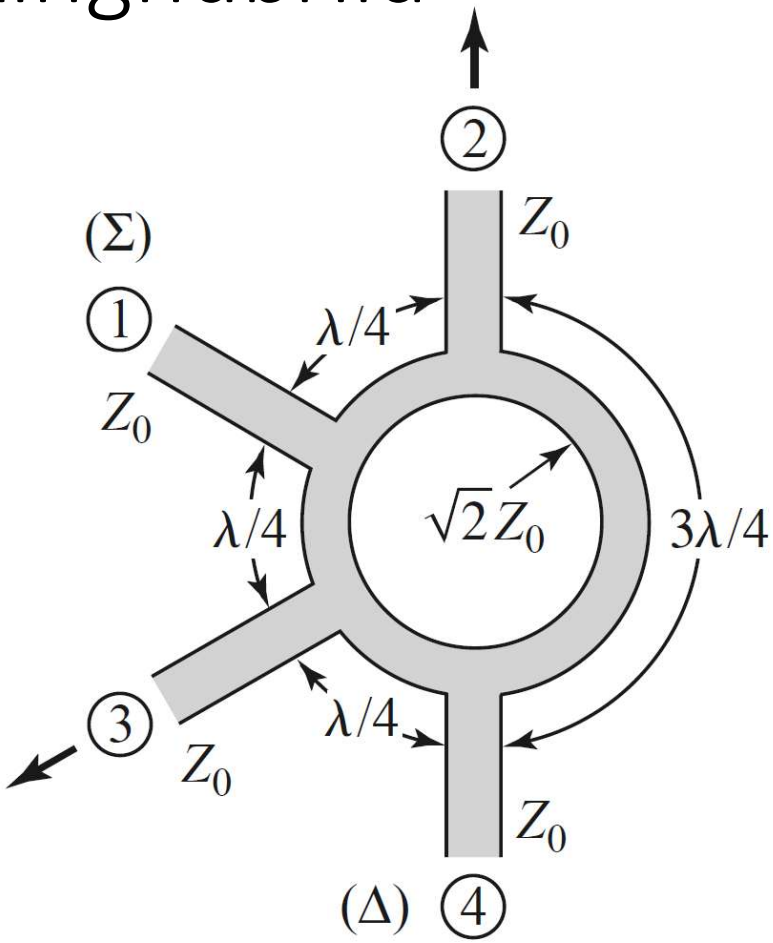
- Isoleeritud port (4) peab (välise takistiga $R = Z_0$) sobitatud olema.





Joonised: D. M. Pozar, Microwave Engineering, Fourth Edition, John Wiley & Sons, Inc, 2012.

Ringhübriid



- Ka siin tekitavad ülekandeliinid viiteid:

$$\mathbf{S} = \frac{-\mathrm{j}}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

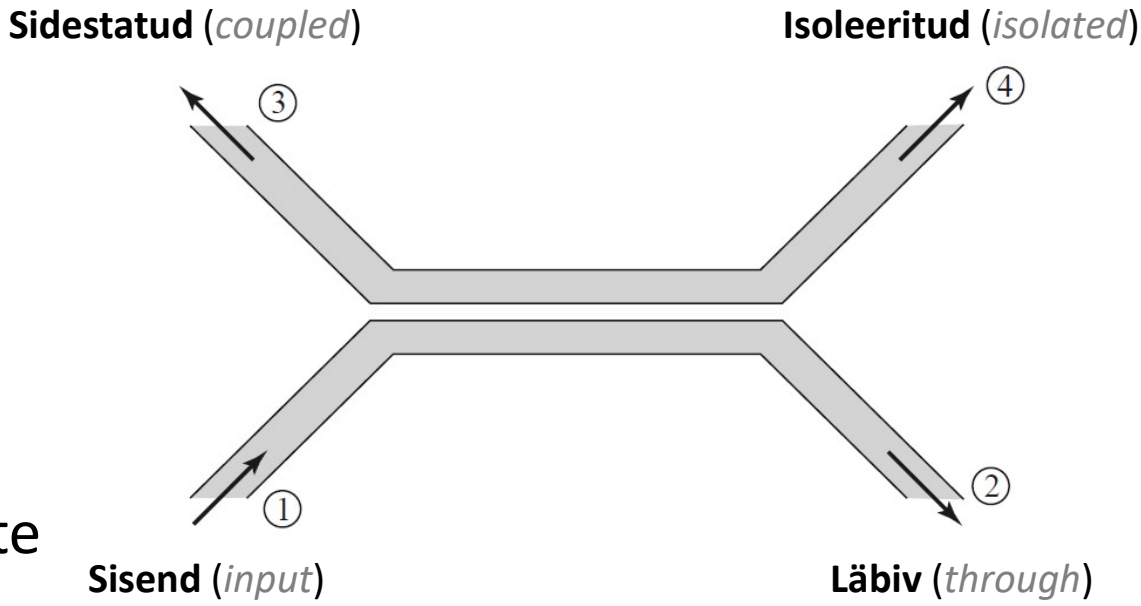
- Ribalaius u 20 – 30 % töösagedusest.

*Maatriksi ridade ja veergude järjekord sõltub viisist kuidas pordid on nummerdatud.

Joonised: D. M. Pozar, Microwave Engineering, Fourth Edition, John Wiley & Sons, Inc, 2012.

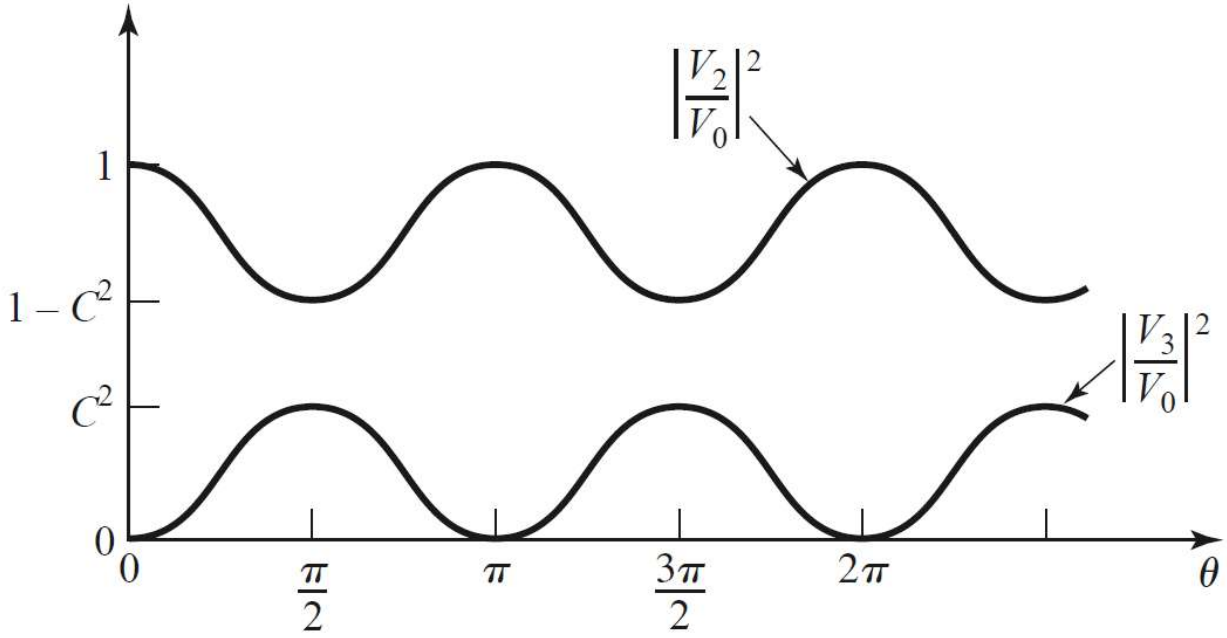
Hargmikud sidestatud ülekandeliinidega

- Kui kaks ülekandeliini asuvad teineteise lähedal siis kandub osa elektromagnetvälja energiast ühest liinist teise. Sellisel juhul öeldakse, et liinid on omavahel **sidestatud**.
- Ülaltoodud asjaolu saab kasutada sidestatud ülekandeliinidel põhinevate suundhargmike (*Coupled Line Directional Couplers*) ehitamiseks.



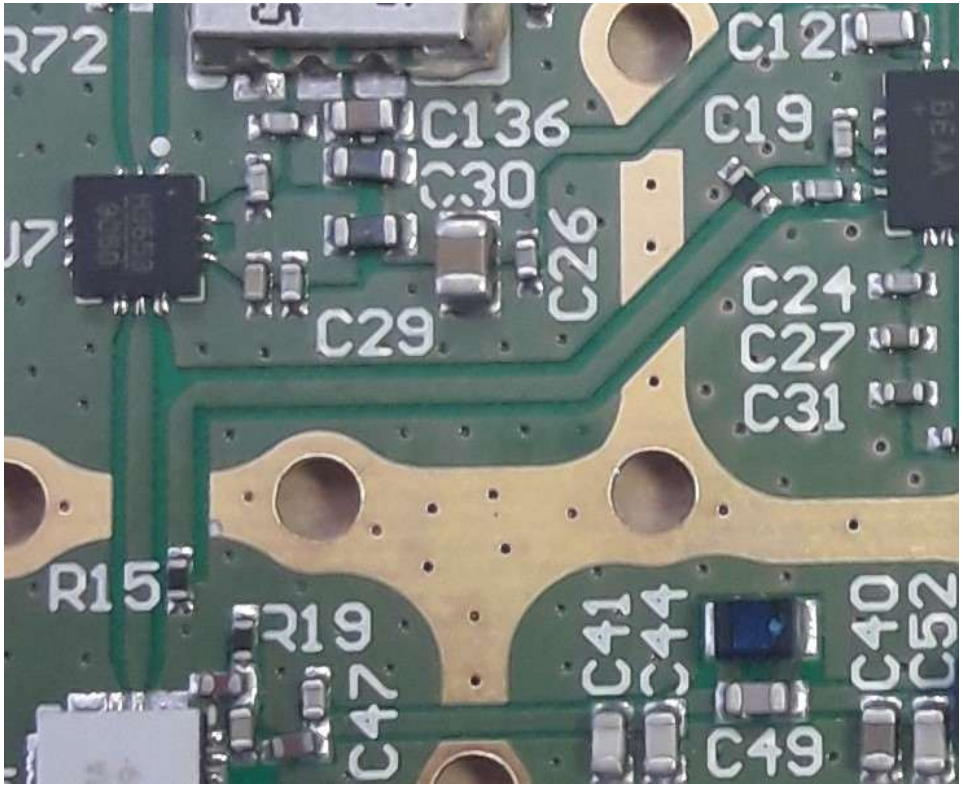
Joonised: D. M. Pozar, Microwave Engineering, Fourth Edition, John Wiley & Sons, Inc, 2012.

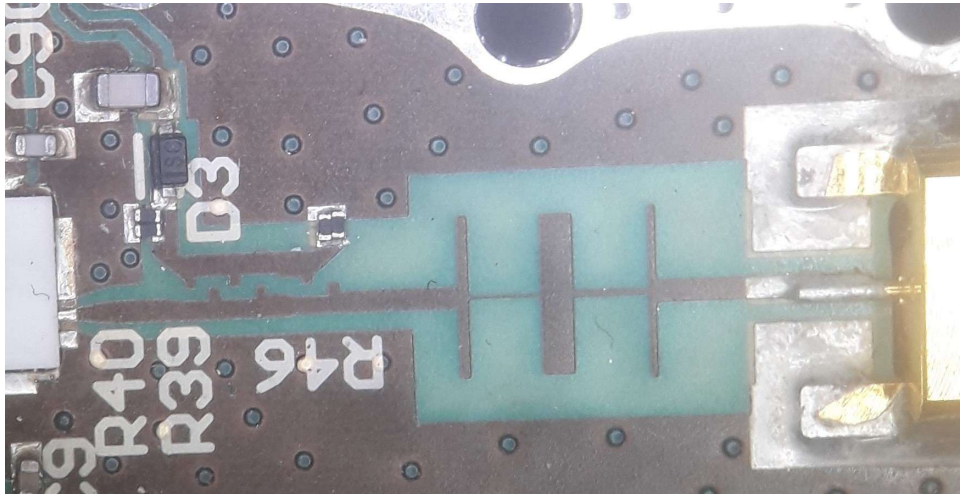
Ülekande sagedussõltuvus

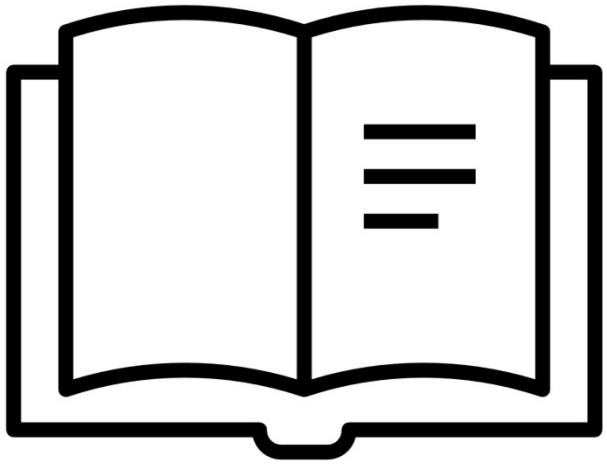


Joonised: D. M. Pozar, Microwave Engineering, Fourth Edition, John Wiley & Sons, Inc, 2012.

Näiteid


R72
C12
C136
C19
C30
C26
C29
C24
C27
C31
R15
R19
C47
C41
C44
C49
C40
C52


D3
R40
R39
R46

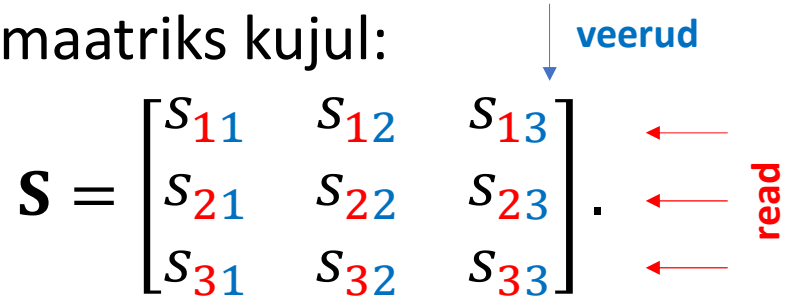


Lisamaterjale

- [1] RF / Microwave Circulator / Isolator Basics. https://www.electronics-notes.com/articles/radio/rf-microwave-circulator-isolator/what-is-an-rf-circulator-isolator.php. 10.10.2026
- [2] Philips, Application Note AN98035. Circulators and Isolators, unique passive devices.

Lisa A – Maatriksoperatsioonid

- Olgu maatriks kujul:



$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} \end{bmatrix}.$$

- **Transponeeritud** maatriks saadakse kui omavahel vahetatakse originaalse maatriksi read ja veerud $s^{T}_{ij} = s_{ji}$:

$$\mathbf{S}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{21} & s_{31} \\ s_{12} & s_{22} & s_{32} \\ s_{13} & s_{23} & s_{33} \end{bmatrix}.$$

- **Hermiitiline kaasmaatriks** saadakse siis kui transponeeritud maatriksi elemendid asendatakse nende kaaskompleksarvudega $s^{H}_{ij} = s_{ji}^{*}$:

$$\mathbf{S}^{\mathrm{H}} = \begin{bmatrix} s_{11}^{*} & s_{21}^{*} & s_{31}^{*} \\ s_{12}^{*} & s_{22}^{*} & s_{32}^{*} \\ s_{13}^{*} & s_{23}^{*} & s_{33}^{*} \end{bmatrix}.$$

Lisa B – Harmooniline pinge ülekandeliinis

- Üldjuhul on pinge ülekandeliinis langeva- ja peegeldunud laine superpositsioon. Harmooniliste pingete korral:

$$U_s(x) = U_s^+ \mathrm{e}^{-\mathrm{j}kx} + U_s^- \mathrm{e}^{\mathrm{j}kx}.$$

- Peegeldunud laine on määratud langeva lainega ja ülekandeliini lõppu ühendatud koormuse Z_K peegeldusteguriga Γ_K:

$$U_s^- = \Gamma_K U_s^+.$$

- Peegeldustegur ise on määratud koormuse impedantsi ja ülekandeliini lainetakistuse poolt:

$$\Gamma_K = \frac{Z_K - Z_0}{Z_K + Z_0}.$$

- Seega pinge ülekandeliini asukohas *x* on:

$$U_s(x) = U_s^+ \left(\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kx} + \Gamma_K \mathrm{e}^{\mathrm{j}kx}\right).$$