12. Difraktsioon ja feeding

IEE2580 – Antennid ja raadiolevi

Fresneli ellipsoidid

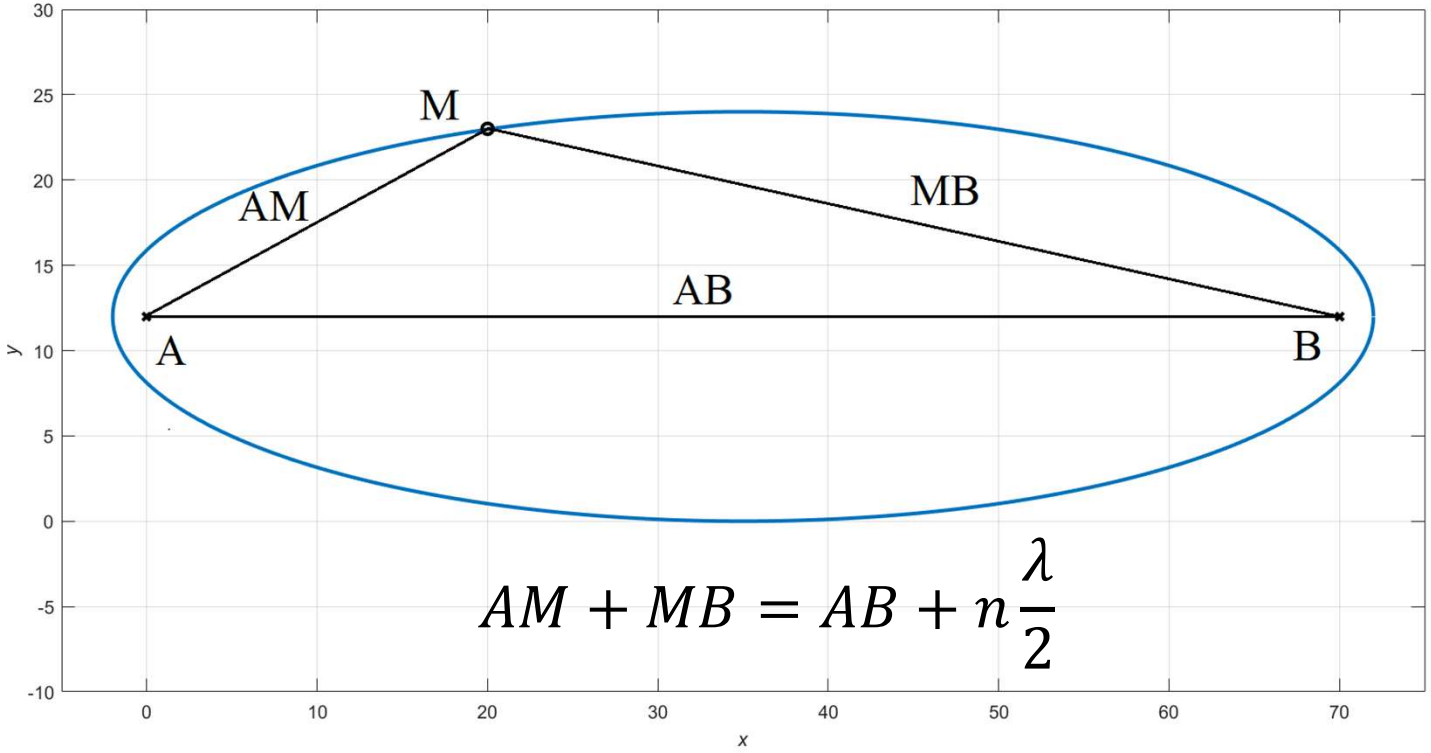
- Levigu raadiolained ruumis punktist *A* punkti *B*. Kogu ümbritseva ruumi saab jaotada ellipsoidideks mida tuntakse **Fresneli ellipsoidide** nime all. Kõikidel nende ellipsitel on fookused *A* ja *B* ning iga punkt *M* ellipsoidi pinnal rahuldab võrrandit:

$$AM + MB = AB + n\frac{\lambda}{2},$$

  kus *n* on konkreetse ellipsoidi indeks ja *λ* on signaali lainepikkus. Väärtusele *n* = 1 vastab esimene Fresnel ellipsoid jne.

- Levi loetakse toimuvaks otsenähtavuse tingimustes (*line-of-sight*) LOS kui esimese Fresneli ellipsoidi sees ei ole objekte.

Fresneli ellipsoidid



$$AM + MB = AB + n\frac{\lambda}{2}$$

Fresneli ellipsoidid

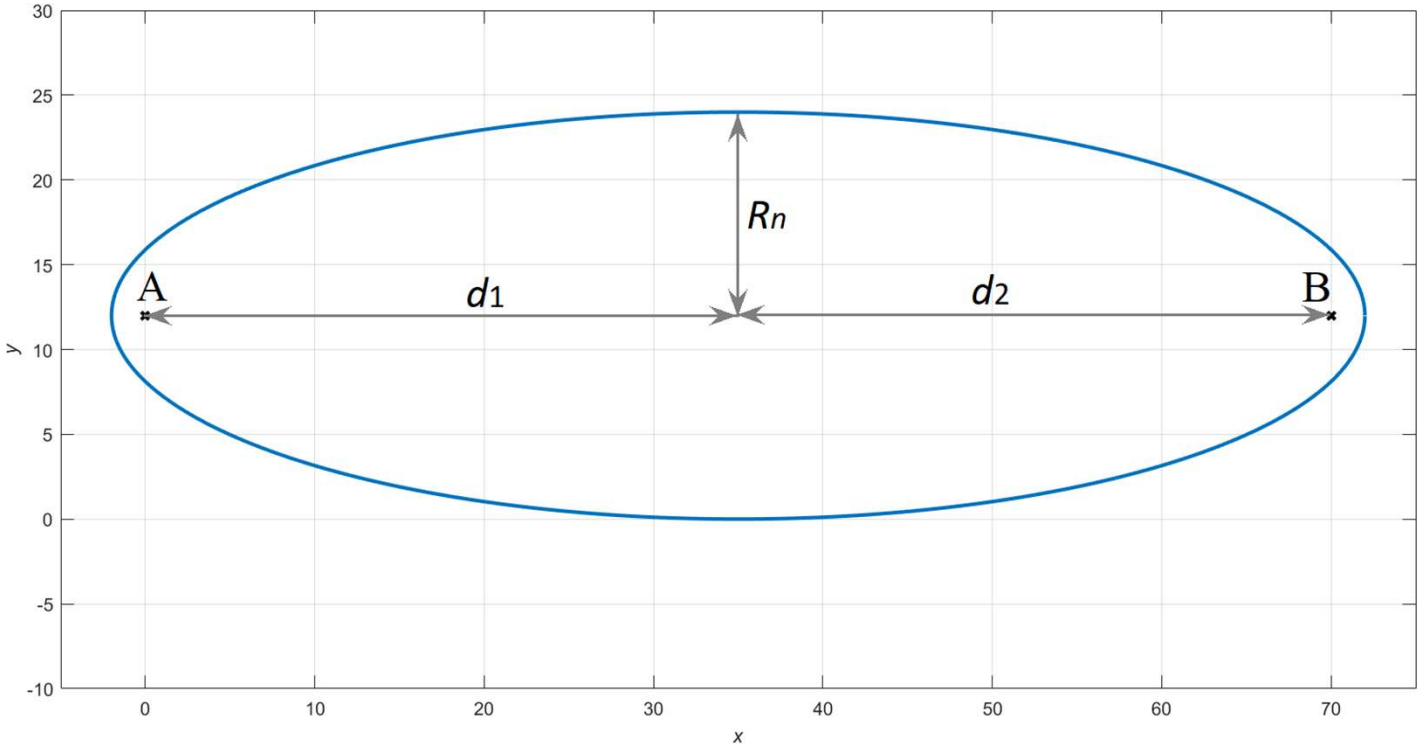
- Ellipsoidi raadius R_n saatja- ja vastuvõtja (*A* ja *B*) vahelises punktis on ligikaudu:

$$R_n = \sqrt{\frac{n\lambda d_1 d_2}{d_1 + d_2}}.$$

- Muutujad d_1 ja d_2 on vastavalt selle punkti kaugused saatjast ja vastuvõtjast. Raadiolingi kogupikkus on $d = d_1 + d_2$.
- Praktikas kasutamiseks paremini sobivates ühikustes (R_n [m], f [MHz], d_1 ja d_2 [km]):

$$R_n = 550\sqrt{\frac{n d_1 d_2}{(d_1 + d_2) f}}.$$

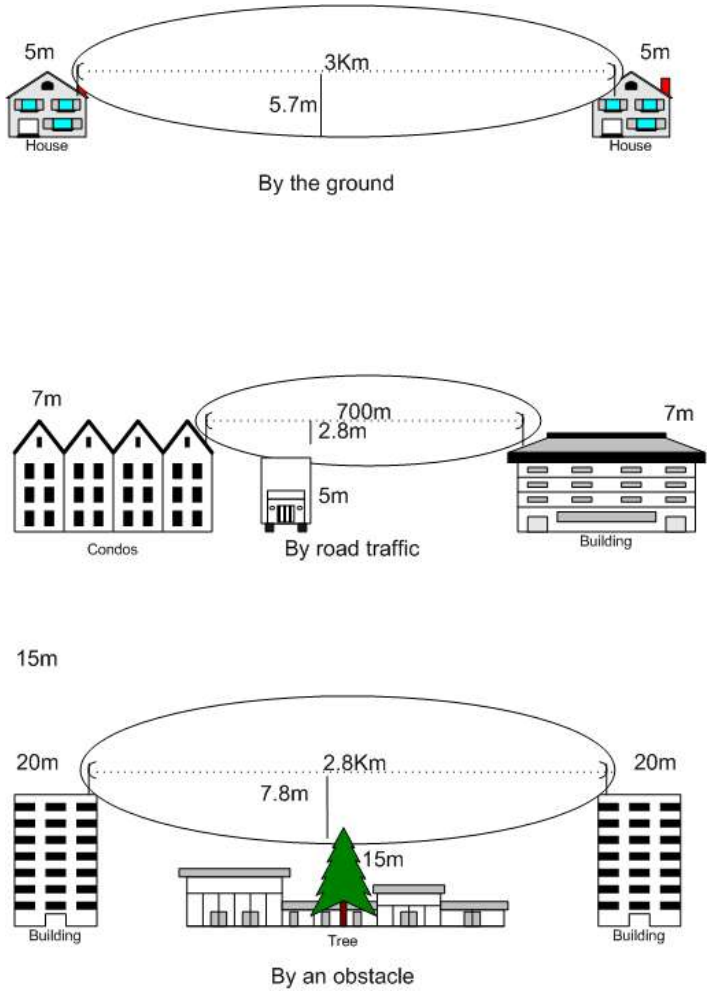
Fresneli ellipsoidid



$$R_n = 550\sqrt{\frac{nd_1d_2}{(d_1+d_2)f}}.$$

Fresneli tsoon

- Fresneli tsoonid on ellipsid mis tekivad Fresneli ellipsoidi lõikumisel tasapinnaga.
- Tsoon numbriga *n* paikneb *n* - inda ja *n* – 1 ellipsi vahelisel alal.
- Vähemalt 60%, soovituslikult 80 %, **esimese** Fresneli tsooni laiusest peab olema takistuste vaba.



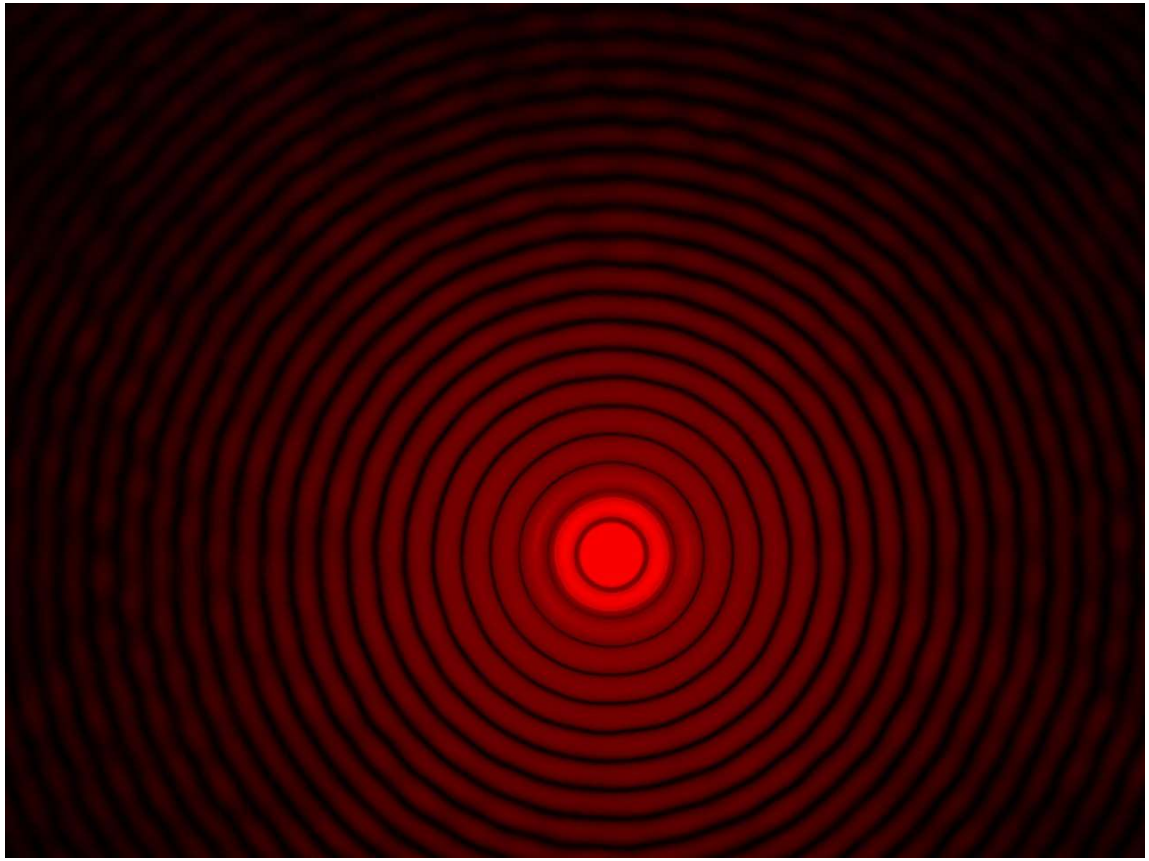
Joonis: https://en.wikipedia.org/wiki/Fresnel_zone#/media/File:Fresnel_zone_disrupted.png

Abivahendid



Rakendus: https://link.ui.com

Difraktsioon



Difraktsioonipilt: https://forum.image.sc/t/simulating-diffraction-patterns-using-imagej/85547

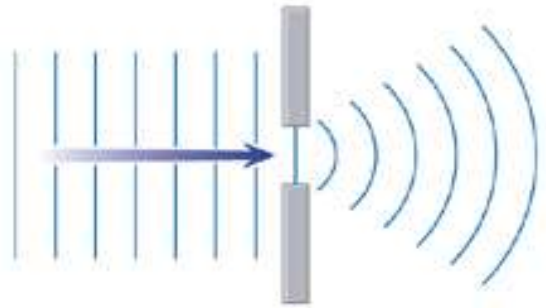
Interferents vs Difraktsioon

- With regard to wave superposition, Richard Feynman wrote: „*No-one has ever been able to define the difference between* ***interference*** *and* ***diffraction*** *satisfactorily. It is just a question of usage, and there is no specific, important physical difference between them. The best we can do is, roughly speaking, is to say that when there are only a few sources, say two, interfering, then the result is usually called interference, but if there is a large number of them, it seems that the word diffraction is more often used*.“



Difraktsioon

- **Difraktsioon** (*Diffraction*) kirjeldab nähtuseid mis ilmnevad kui laine teel on takistus või ava.
- Difraktsiooni mõjul paindub laine ümber takistuse nurga või läbi apertuuri ava geomeetrilise varju tsooni.
- Apertuur või takistus muutub sekundaarse signaali allikaks.

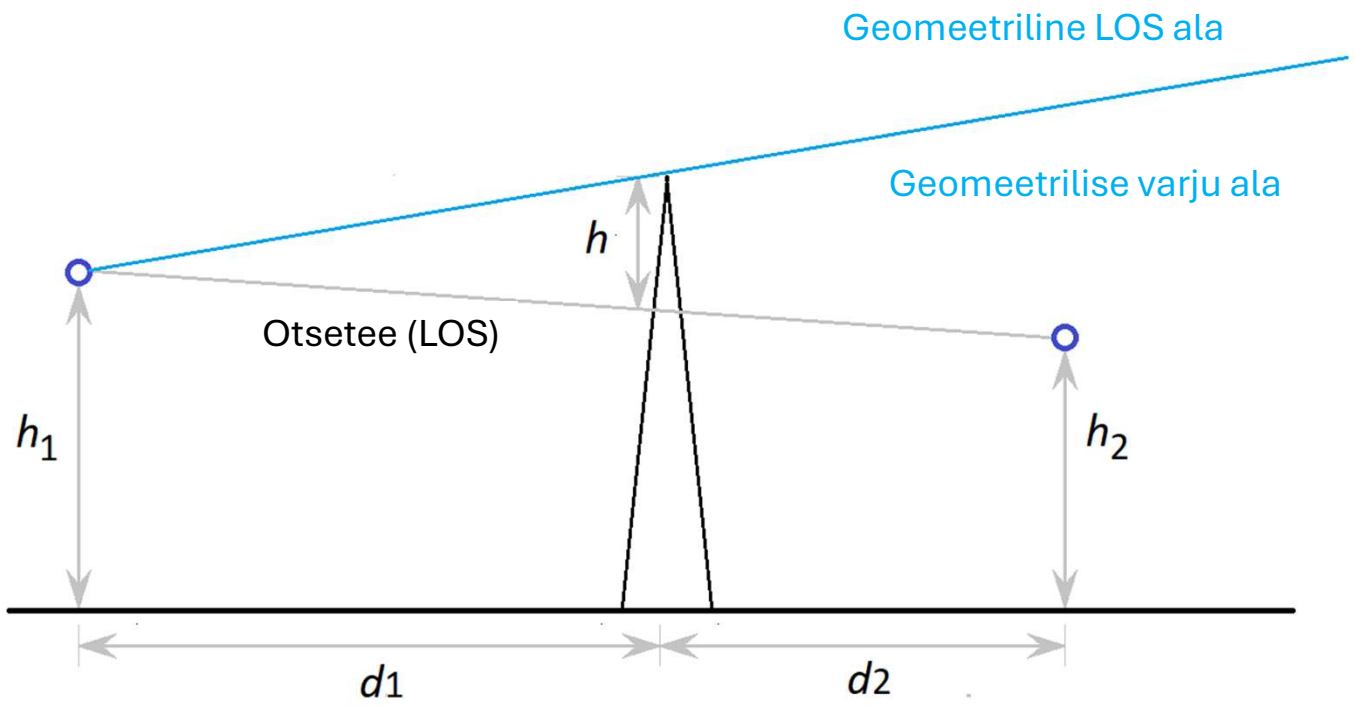


Difraktsiooni modelleerimine

- Elektromagnetvälja tugevuse leidmine varjujääval alal ei ole lihtne.
- Praktiliste takistuste või avade geomeetria ei ole üldjuhul samuti lihtsad.
- Ülaltoodud põhjustel on difraktsiooni täpne modelleerimine keeruline ülesanne.
- Siiski eksisteerib, paljudel juhtudel kasutatav, lihtsustatud mudel: **difraktsioon teravalt servalt** (*knife edge diffraction*).
- Mudel eeldab, et saatja- ja vastuvõtja vahele jääb üks terava servaga (lainepikkusest palju väiksemate mõõtmetega) takistus.



Difraktsioon teravalt servalt



Difraktsioon teravalt servalt

- Tekkiva difraktsioonikao suurus sõltub **Fresnel-Kirckhoffo difraktsiooniparameetrist:**

$$v = h\sqrt{\frac{2(d_1 + d_2)}{\lambda d_1 d_2}}.$$

- Kui serv on otseteest (LOS) kõrgemal, siis on *v* positiivne ja difraktsioonikadu on suur.
- Kui saatja- vastuvõtja ja takistuse serv on kõik samal joonel ($v = 0$) siis on difraktsioonikadu 6 dB.
- Kui aga serv on otseteest allpool on parameetri *v* väärtus negatiivne ja tekkivad lisakaod tühiselt väikesed.

Difraktsioon teravalt servalt

- Teravalt servalt hajunud elektrivälja tugevus E_d on leitav Fresneli integraaliga:

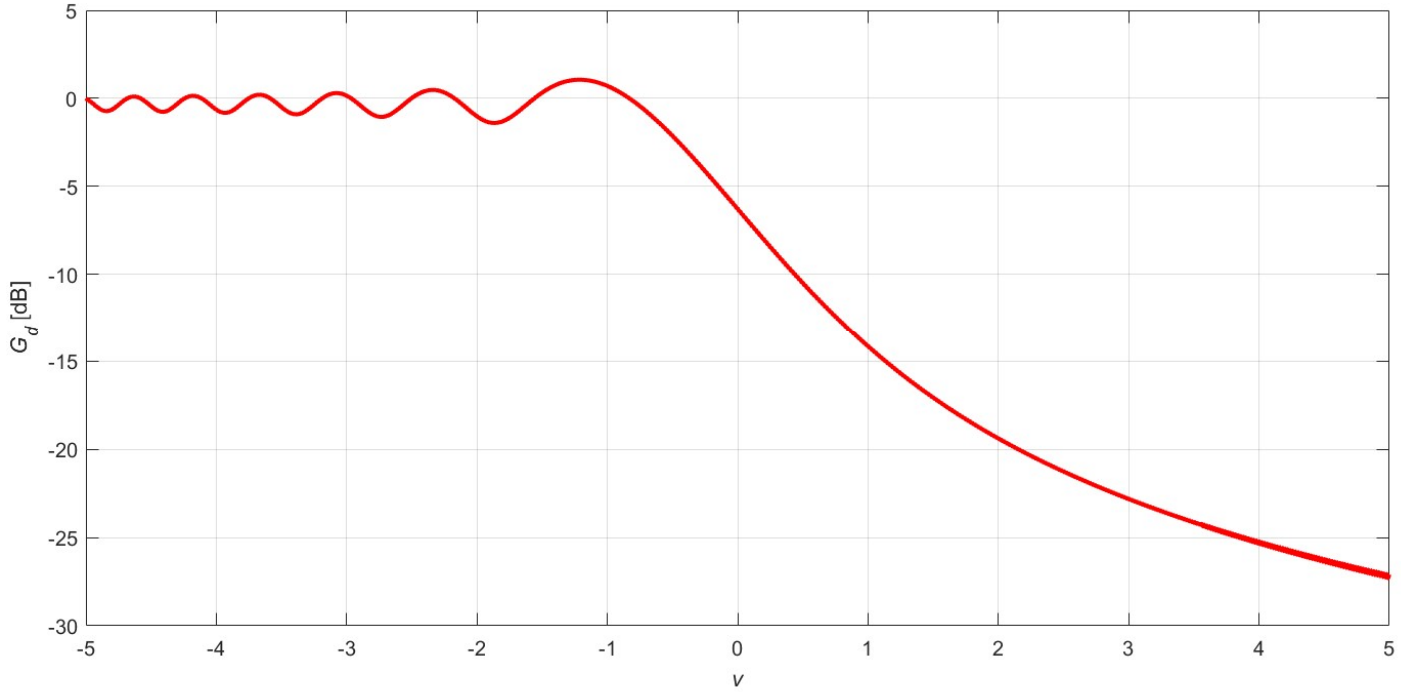
$$\frac{E_d}{E_0} = F_c(v) = \frac{1+\mathrm{j}}{2}\int_v^\infty \mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{j}\pi t^2}{2}}dt \ .$$

  kus E_0 on elektrivälja tugevus maapinna peegelduste ja difraktsiooni puudumisel (sama mis tühjas ruumis levides).

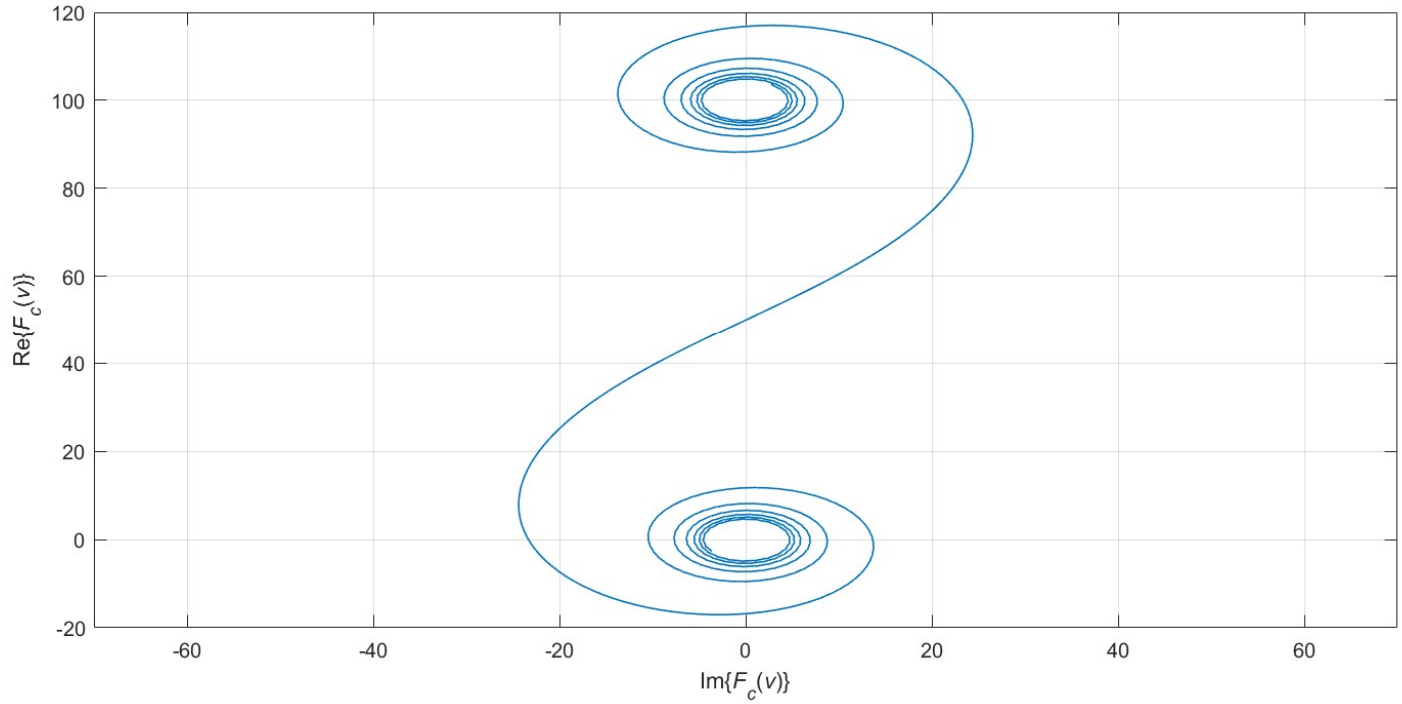
- Ülekanne (*Diffraction gain*) logaritmilises skaalas on

$$G_d = -L_d = 20\log|F_c(v)|.$$

Difraktsioon teravalt servalt



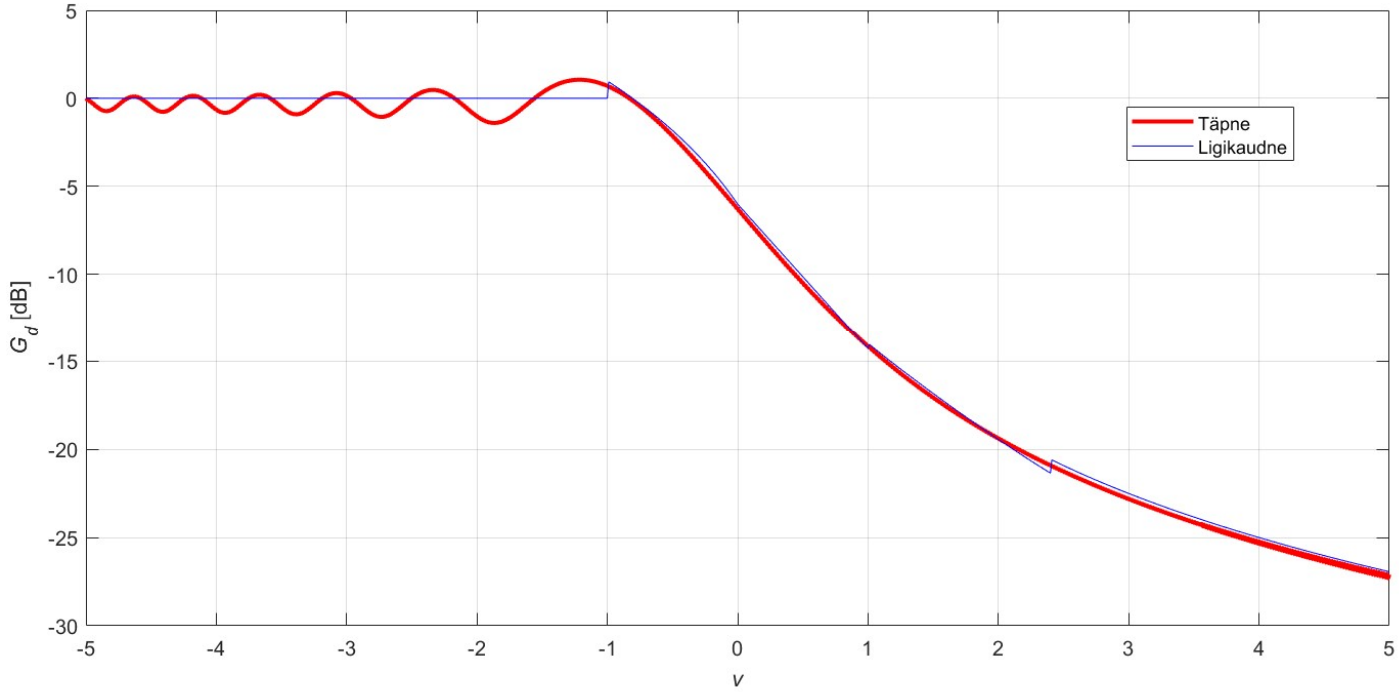
Euleri spiraal



Ligikaudne avaldis:

G_d [dB]	v
0	$v < -1$
$20\log(0{,}5 - 0{,}62v)$	$-1 \leq v < 0$
$20\log(0{,}5e^{-0{,}95v})$	$0 \leq v < 1$
$20\log\left(0{,}4 - \sqrt{0{,}1184 - (0{,}38 - 0{,}1v)^2}\right)$	$1 \leq v \leq 2{,}4$
$20\log\left(\frac{0{,}225}{v}\right)$	$v > 2{,}4$

Ligikaudne avaldis



Ligikaudne avaldis (ITU-RP.526-15)

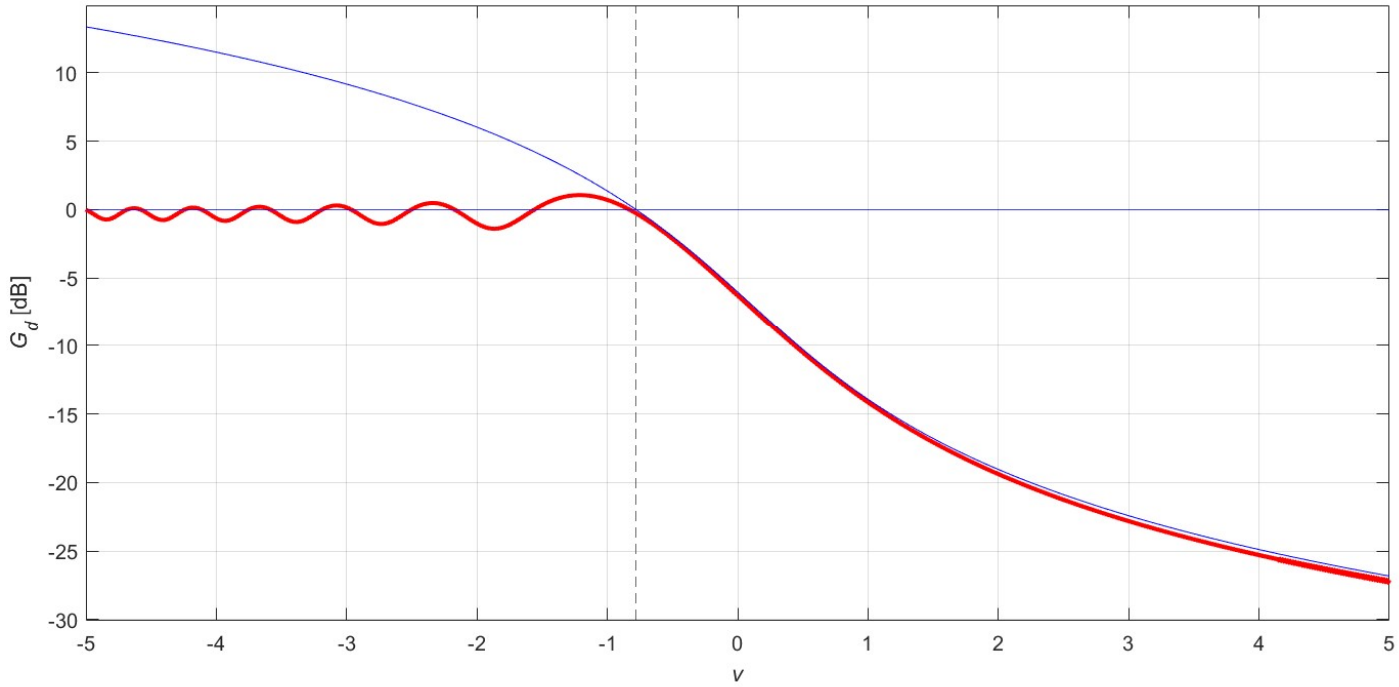
- ITU-RP.526-15 kohaselt on ligikaudne ülekanne, kui $v \geq -0{,}78$

$$G_d = 6{,}9 + 20\log(\sqrt{(v - 0{,}1)^2 + 1} + v - 0{,}1)$$

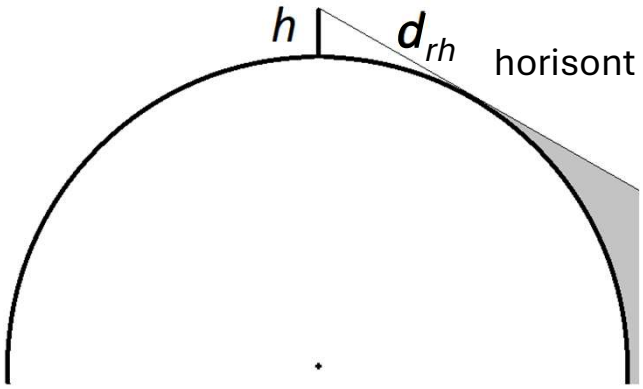
- Ning muul juhul

$$G_d = 0.$$

Ligikaudne avaldis (ITU-RP.526-15)



Optiline- ja raadiohorisont



- Maakera kumeruse mõju (R = 6371 km).
- Optilise horisondi kaugus:

$$d_{rh}[\mathrm{km}] = 3{,}57 \cdot \sqrt{h[\mathrm{m}]}.$$

- Raadiohorisondi kaugus:

$$d_{rh}[\mathrm{km}] = 3{,}57 \cdot \sqrt{K \cdot h[\mathrm{m}]}.$$

	Täiuslik	Ideaalne	Keskmine	Keeruline	Halb
Keskkond	Mõõdukas, mittetroopiline kliima	Kuiv, mägine, uduvaba.	Tasandikud, kerge udu.	Troopiline rand	Mererand, udu.
K	**1,33**	1,33-1	1-0,66	0,66-0,5	0.5-0.4

Signaalikaod üle horisondi levimisel

- Kui vahemaa *d* saatja ja vastuvõtja vahel on suurem kui kaugus raadiohorisondini d_{rh}:

$$L = 32{,}4 + 20\log(f\,[MHz\,]) + 20\log(d_{rh}[km]) + \alpha \cdot (d - d_{rh}).$$

Sagedusvahemik [MHz]	α [dB/km]
108-137	0,27
960-1215	0,86
5030-5091	1,46

Mitmekiireline levi

- Mitmekiirelise levi tõttu jõuab vastuvõtjasse mitu, erinevate ajaliste viidetega, koopiat samast signaalist.
- Reaalsuses ei ole sidekanal statsionaarne vaid ajas pidevalt muutuv. Saatja, vastuvõtja kui ka peegeldusi- ja difraktsiooni põhjustavad objektid keskkonnas on pidevas liikumises.
- Viimasega kaasneb kaks olulist mõju:
  - Vastuvõtjasse jõudva signaali tugevuse juhuslik kõikumine ehk **feeding** (*fading*) ja
  - Vastuvõetava signaali spektri laienemine: **Doppleri hajumine** (*Doppler spread*)



Joonis: https://www.inverse.com/science/worlds-largest-radio-telescope-picks-up-peculiar-space-signals

Feeding

- Kanali ülekande määrab otse saabunud ja peegeldunud, murdunud ning hajunud signaalide vaheline interferents.
- Viimase tagajärjel on vastuvõtja sisendsignaali tugevus ajas- ja ruumis juhuslikult kõikuv. Nähtust nimetatakse feedinguks (*fading*).
- **Koherentsuse ajaks** (*Coherence time*) T_C nimetatakse ajavahemiku mille jooksul võib levikanali impulsskaja $h(t)$ konstantseks lugeda.
- Koherentsuse aeg on pöördvõrdeline **maksimaalse Doppleri nihkega** f_m kanalis

$$T_C \approx \frac{9}{16\pi f_m}.$$

Feedingud

- Olgu edastatav põhiriba signaal $u(t)$.
- Kandesagedusele viiduna on selle ajaline kuju:

$$x(t) = Re\{s(t)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_c t}\}.$$

- Vastuvõtjasse jõuab summa *N*- erinevat leviteed pidi jõudnud koopiast:

$$y(t) = \sum_{i=1}^{N} H_i \cdot s(t-\tau_i)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi(f_c+\Delta f_i)(t-\tau_i))}\,.$$

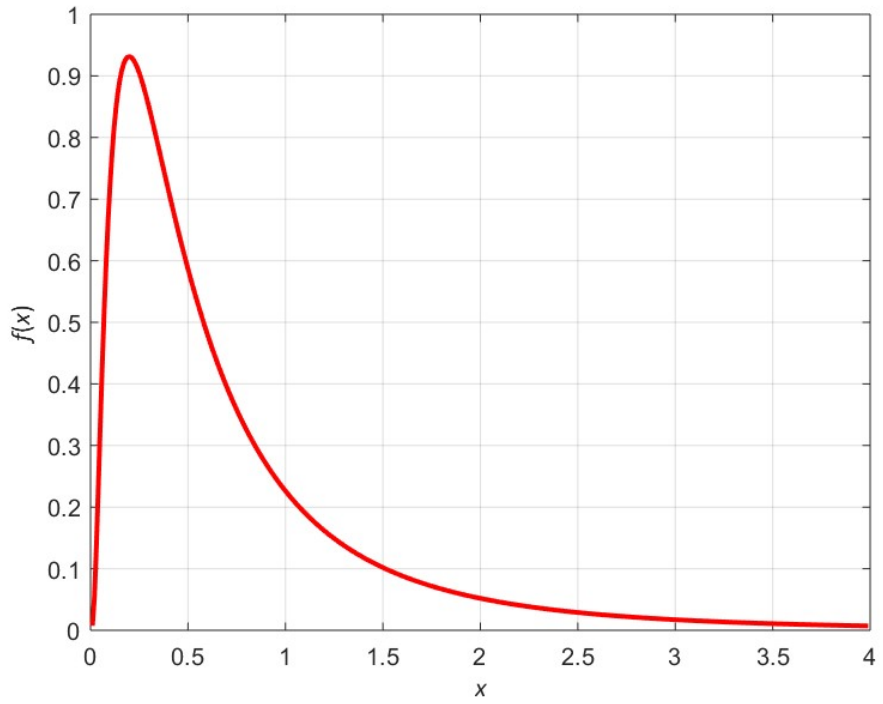
Aeglane- ja kiire feeding

- Vastavalt vahemaale mille ulatuses signaali tugevus märkimisväärselt muutub jaotatakse feeding kiireks- ja aeglaseks:
  - **Kiire feedingu** (*fast fading*) korral muutub signaali tugevus märkimisväärselt kui asukohta muuta lainepikkuse suurusjärgus.
  - **Aeglane feeding** (*slow fading, shadow fading*) on põhjustatud suurte objektide varjutavast mõjust.
- Aeglase feedingu korral allub signaalitugevus logonormaalsele jaotusele (*log-normal distribution*)

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \mathrm{e}^{-\frac{(\ln x - \ln m)^2}{\sigma^2}},$$

kus m ja σ on vastavalt jaotuse keskväärtus ja standardhälve.

Logonormaalne (aeglane) feeding



Laia- ja kitsaribaline feeding

- **Koherentne ribalaius** (*Coherence Bandwidth*) B_c on seotud ruutkeskmise viitega kui:

$$B_c \approx \frac{1}{5\sigma_\tau} \cdots \frac{1}{50\sigma_\tau}.$$

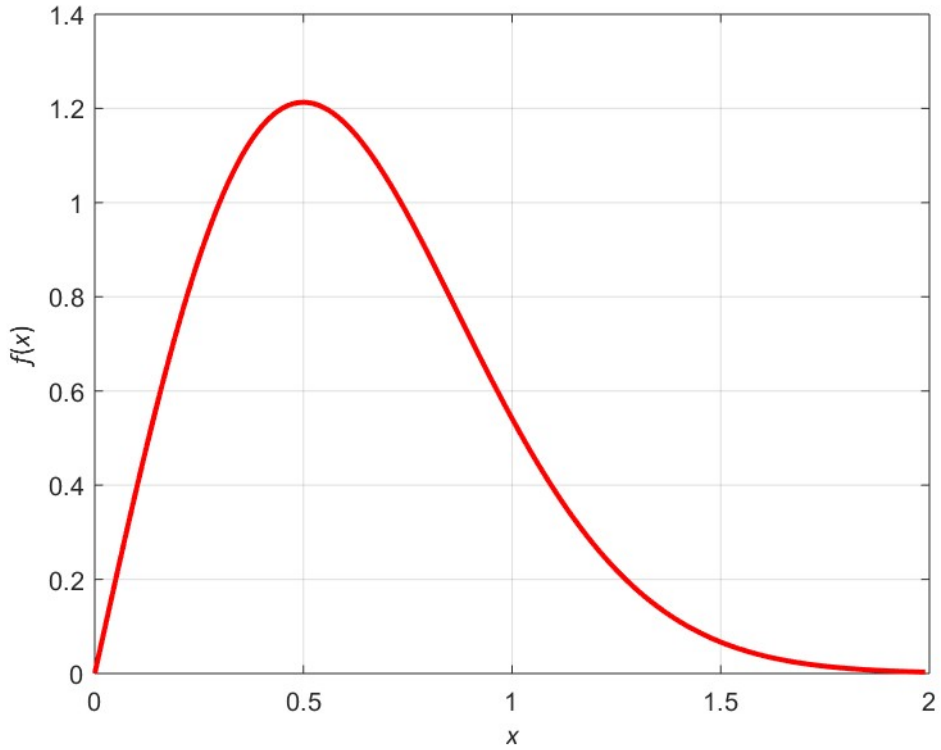
- Kui signaali ribalaius B on väiksem kui kanali koherentne ribalaius B_c on meil tegemist laiaribalise feedinguga (*flat fading*). Kõik signaali sageduskomponendid on feedingust mõjutatud samal määral.
- Vastupidisel juhul ($B > B_c$) on tegemist **kitsaribalise feedinguga** (*narrowband fading*).

Rayleigh’ feeding

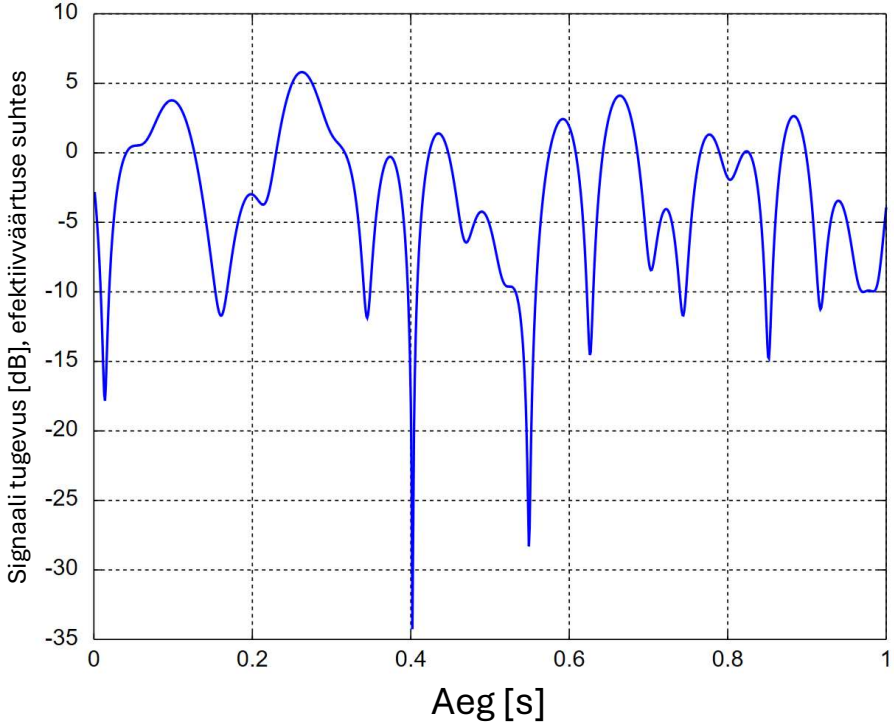
- Rayleigh’ feeding on sobiv mudel kui keskkonnas on palju signaali hajutavaid objekte ja ükski levitee ei ole domineeriv.
  - Kõik signaali koopiad on tugevuse poolest samas suurusjärgus.
- Sellisel juhul allub vastuvõetud signaali amplituud Raylegh jaotusele:

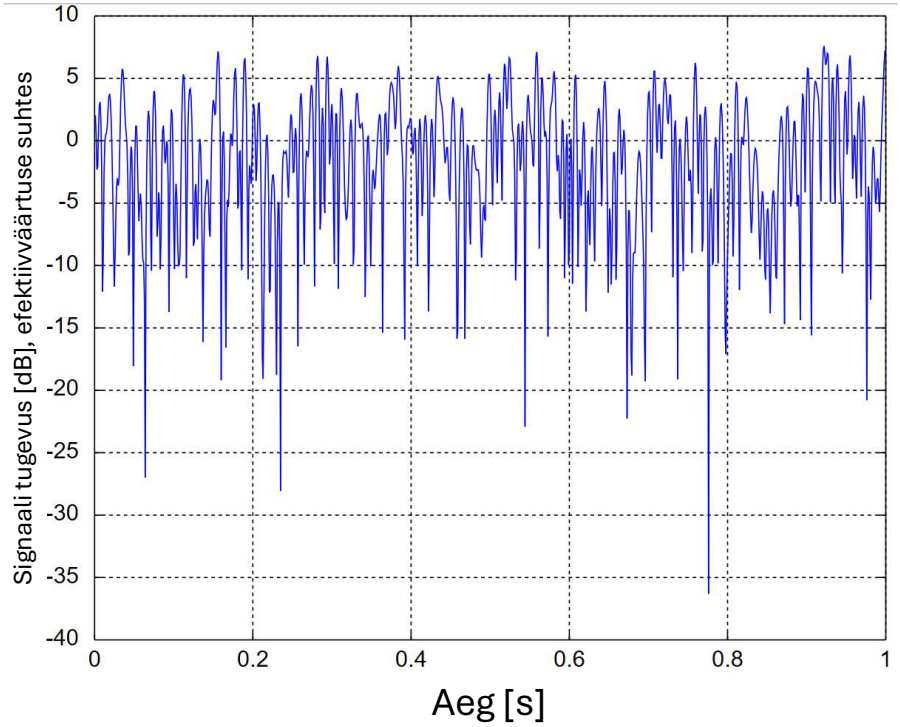
$$f(x) = \frac{x}{\sigma^2} \mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}.$$

Rayleigh' feeding



Rayleigh’ feeding





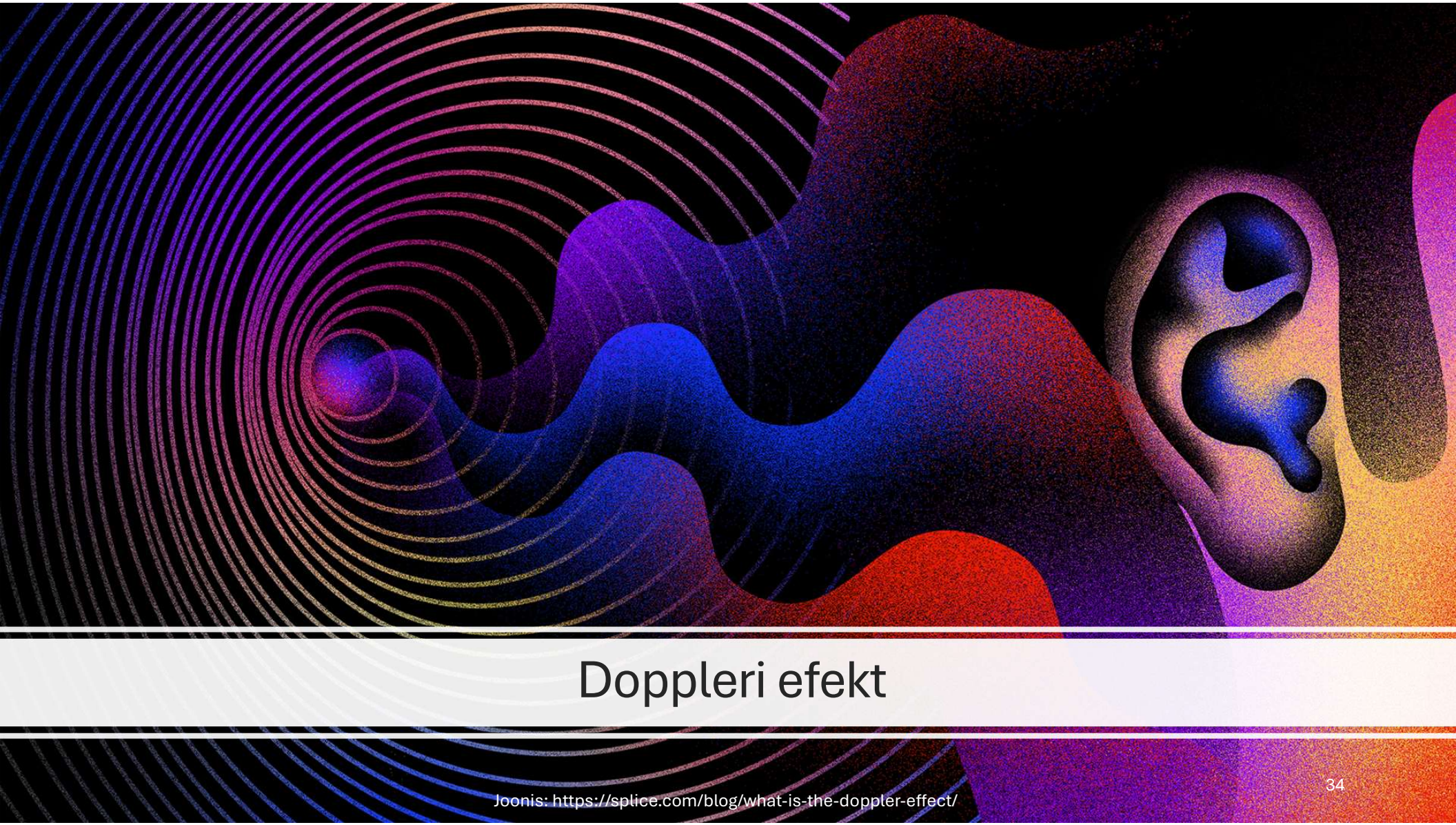
Joonised: wikipedia.org/

Rice’i feedin

- Rice’i feedingu mudel erineb Raileigh’ omast selle poolest, et nüüd eksisteerib üks dominantne signaalikomponent.
  - Viimane võib, aga ei pea olema, LOS komponent.
- Vastuvõetud signaali tugevust kirjeldab jaotustihedusfunktsioon

$$f(x) = \frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2+v^2}{2\sigma^2}} I_0\left(\frac{xv}{\sigma^2}\right).$$

- Kujuparameetrer $K = v^2/(2\sigma^2)$ on dominantse levitee kaudu saabunud signaali võimsuse suhe teisi teid pidi saabunute summaarsesse võimsusesse.
- Skaleerimistegur $\Omega = v^2 + 2\sigma^2$ on võrdne kogu vastuvõetud võimsusega.



Doppleri efekt

Joonis: https://splice.com/blog/what-is-the-doppler-effect/

Doppleri efekt

- **Doppleri efekt** (*Doppler Effect*) seisneb signaali sageduse muutumises kui signaaliallikas (saatja) ja vastuvõtja vahelise radiaalkiiruse komponent on nullist erinev.
- Seos vastuvõetud- ja kiiratud signaalide sageduste f ja f_0 vahel on

$$f = \left(\frac{v \pm v_{Vv}}{v \pm v_S} \right) f_0,$$

kus v on lainete levikiirus keskkonnas, v_{Vv} on vastuvõtja kiirus keskkonna suhtes (+ allika suunas) ja v_s on saatja kiirus, samuti keskkonna suhtes (+ vastuvõtjast eemale).

Doppleri efekt

- Kui vastuvõtja ja saatja kiirused v_{Vv} ja v_s on laine levikiirusega v võrreldes väikesed saab sageduse avaldist lihtsustada kujule:

$$f = \left(1 + \frac{\Delta v}{v}\right) f_0,$$

kus $\Delta v = v_s - v_{Vv}$ on saatja- ja vastuvõtja kiiruste erinevus.

- Sagedusnihe Δf (**Doppleri nihe**) on siis

$$\Delta f = \frac{\Delta v}{v} f_0 = \frac{\Delta v}{\lambda}.$$



Christian Andreas Doppler

Doppleri hajumine

- Kui signaali komponent saabub otse (liikuva) vastuvõtja eest on tekkiv Doppleri nihe maksimaalne

$$f_m = \frac{\Delta v}{v} f_0.$$

- Mistahes suunast φ_i tuleva signaali korral on Doppleri nihe

$$\Delta f_i = f_m \cos \varphi_i .$$

- Clarke mudel eeldab, et signaalide saabumise suund allub ühtlasele jaotusele vahemikus [0, 2π]:

$$\varphi \sim U(0, 2\pi).$$

Doppleri hajumine

- Kuna $\Delta f = f_m \cos\varphi$ siis

$$f(\Delta f) = \frac{f\ (\varphi)}{\left|\frac{d\Delta f}{d\varphi}\right|} = \frac{\frac{1}{2\pi}}{|-f_m \sin\varphi|}\ .$$

- Avaldame

$$\cos\varphi = \frac{\Delta f}{f_m}$$

ja kasutame trigonomeetria abivalemit $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$, saame:

$$\sin\varphi = \sqrt{1 - \left(\frac{\Delta f}{f_m}\right)^2}\ .$$

Doppleri hajumine

- Kuna koosinusfunktsioon ei ole monotoonne vahemikus 0 kuni 2π siis saame lõpuks, kui $-f_m \leq \Delta f \leq f_m$:

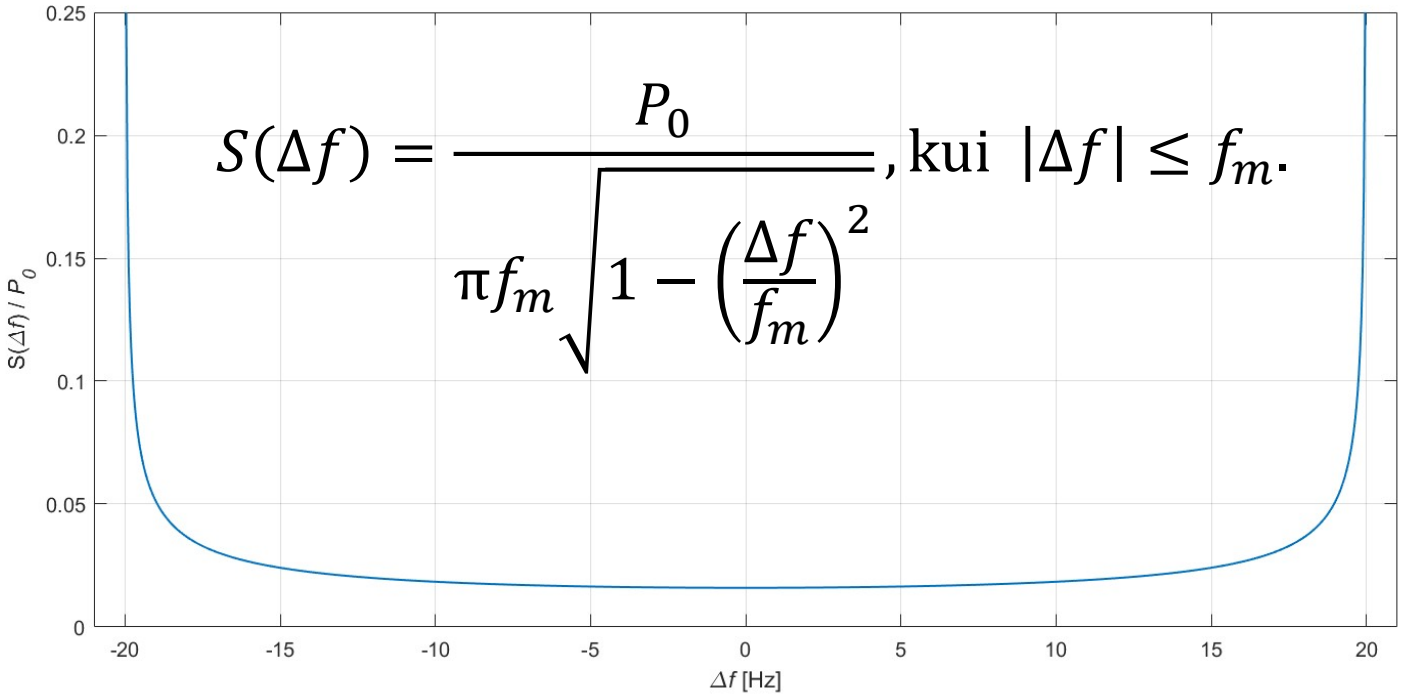
$$f(\Delta f) = \frac{1}{\pi f_m \sqrt{1 - \left(\frac{\Delta f}{f_m}\right)^2}}.$$

- Korrutades tulemuse läbi kogu vastuvõetud võimsusega P0 saame **Jakes'i spektri** (võimsuse spektraaltiheduse):

$$S(\Delta f) = \frac{P_0}{\pi f_m \sqrt{1 - \left(\frac{\Delta f}{f_m}\right)^2}}, \text{kui } |\Delta f| \leq f_m.$$

Doppleri võimsuse spektraaltihedus

$$S(\Delta f) = \frac{P_0}{\pi f_m \sqrt{1 - \left(\frac{\Delta f}{f_m}\right)^2}}, \text{kui } |\Delta f| \leq f_m.$$



Doppleri hajumine

- Doppleri hajumine B_d näitab kui palju raadiokanali ajaline ebastatsionaarsus signaali spektrit laiendab. Numbriliselt on tegemist sagedusvahemiku laiusega mille ulatuses on Doppleri spekter nullist erinev (*Doppler spectrum is essentially nonzero*).
- Kui edastatava signaali ribalius B on palju suurem kui Doppleri hajumine B_d siis ei avalda Doppleri hajumine vastuvõtule märkimisväärset mõju.

Materjalid

[1] ITU-R Recommendation ITU-R P.256-14. **Propagation by diffraction.** Propagation by diffraction (itu.int), 16.11.2026.

[2] Recommendation ITU-R P.1407-6. **Multipath propagation and parameterization of its characteristics**. https://www.itu.int/dms_pubrec/itu-r/rec/p/R-REC-P.1407-6-201706-S!!PDF-E.pdf, 16.11.2026.

