

Nimi või üliõpilaskood.....

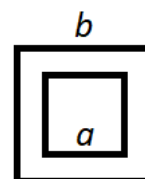
Eksam koosneb seitsmest ülesandest. Iga ülesande eest saadav, maksimaalne võimalik punktisumma, on märgitud ülesande teksti lõpus sulgudes oleva rasvases kirjas tekstiga. Maksimaalne võimalik punktisumma kogu eksami eest kokku on **38** punkti. Eksami positiivseks sooritamiseks on vajalik vähemalt **19** punktine tulemus. Eksamitöö kirjutamiseks on aega kuni kolm tundi.

1. Kaks punktilaengut suurusega 56 nC asuvad vaakumis punktides $A(0; 1; 0)$ ja $B(0; -1; 0)$. Kui suur on elektrivälja tugevus punktis $C(0; 0; 0,5)$? Kui suur laeng koordinaatide alguspunktis tekitab punktis C täpselt sama suure elektrivälja tugevuse (**6 punkti**)?

2. Elektrivoo tihedus on antud kujul $\mathbf{D} = 6\rho\cos(\phi)\mathbf{a}_\rho - 5\rho\sin(\phi)\mathbf{a}_\phi$ C/m². Kui suur on laengu ruumtihedus punktis $(7,9; \pi/4; 0,21)$ (**5 punkti**)?

3. Elektrivälja potentsiaal vaakumis on $U = 60r^{0,8}$ V. Kui suur on laengu ruumtihedus koordinaatide alguspunktist kaugusel $r = 0,6$ m (**5 punkti**)?

4. Ruudukujulise ristlõikepindalaga raudjuhtme külje pikkus on $a = 3$ mm. Rauast südamikü ümbritseb samuti ruudukujuline vasest ümbris mille külje pikkus on $b = 5$ mm. Raua ja vase erijuhtivused on vastavalt $6 \cdot 10^6$ ja $5,8 \cdot 10^7$ S/m. Leia voolutihedused ja elektrivälja tugevused nii rauast südamikus kui vasest ümbrises kui juhet läbib voolutugevus 120 A. Kui suur on potentsiaalide vahe juhtme otste vahel, kui juhtme pikkus on 330 meetrit (**5 punkti**)?



5. Pikki z-telge kulgeb lõputult pikk ja peenikene juhe mis kannab alalisvoolu tugevusega $8\mathbf{a}_z$ mA. Juhet ümbritseb kaks silindrilist koaksiaalset juhti mida mööda kulgeb alalisvool vastavalt voolu pindtihedustega $0,4\mathbf{a}_z$ A/m ja $-0,15\mathbf{a}_z$ A/m. Silindriliste juhtide raadiused on vastavalt 11mm ja 6mm. Kui suur on magnetvälja tugevus koordinaatidel $\rho = 3$ cm (**6 punkti**)?

6. Tasalainet vaakumis, mille sagedus on 75 MHz, kirjeldab faasorkujul magnetvälja tugevus $\mathbf{H}_s = (5-j12)(3\mathbf{a}_x + 2j\mathbf{a}_y)e^{-j\beta x}$ A/m. Milline on magnetvälja tugevus asukohas $x = 15$ cm ajahetkel $t = 4$ ns. Kui suur on antud laine elektrivälja tugevuse amplituud (**6 punkti**)?

7. Inimese lihasmassi juhtivus ja suhteline dielektriline läbitavus sagedusel 400 MHz on vastavalt 0,81 s/m ja 57,95. Kui sügaval lihastes on signaali võimsustihedus kahanenud kümme korda? Kui suur on faasinihe lihases kulgeva elektri- ja magnetvälja vahel (**5 punkti**)?

Lahendused:

1.) Antud:

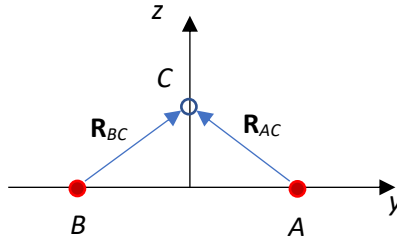
$$Q = 56 \text{ nC} = 5,6 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$

$$A(0;1;0)$$

$$B(0;-1;0)$$

$$C(0; 0; 0,5)$$

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$



Leida:

$$\mathbf{E}(C) = ?$$

$$Q_2 = ?$$

Kõigi kolme punkti x koordinaat on null, seega tegelikult on tegemist kahemõõtmelise ülesandega tasandil $x = 0$. Joonise abiga võib veenduda, et laengute paigutus on punkti C suhtes sümmeetriline. Kuna ka mõlemad punktlaengud on omavahel võrdsed siis nende tekitatud elektrivälja y komponendid on punktis C võrdsed ja vastupidised ning tasakaalustavad üksteist. Kuna kõik punktid asuvad samal tasandil siis puudub väljal ilmselgelt ka x komponent. Seega väljal on punktis C nullist erinev ainult z komponent.

Punktis A asuva laengu tekitatud elektrivälja punktis C on

$$\mathbf{E}_{CA} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{R}_{AC}|^3} \mathbf{R}_{AC}.$$

Vektor $\mathbf{R}_{AC} = C - A = (0; -1; 0,5) = -\mathbf{a}_y + 0,5\mathbf{a}_z$ ja selle pikkus on vastavalt $|\mathbf{R}_{AC}| = 1,12 \text{ m}$. Võttes viimast arvesse saame elektrivälja tugevuse $\mathbf{E}_{CA} = -360\mathbf{a}_y + 180\mathbf{a}_z \text{ V/m}$. Ülesande sümmeetriast lähtudes peab punktis B oleva laengu tekitatud elektrivälja olema $\mathbf{E}_{CB} = 360\mathbf{a}_y + 180\mathbf{a}_z \text{ V/m}$ ja seega on summaarne elektrivälja tugevus punktis C : $\mathbf{E}_C = 360\mathbf{a}_z \text{ V/m}$.

Kui suur laeng Q_2 peaks asuma koordinaatsüsteemide alguspunktis selleks, et punktis C sama suure tugevusega elektrivälja tekiks on leitav valemiga

$$E_{Cz} = \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 z_C^2}.$$

Viimasest saamegi avaldada otsitava suuruse

$$Q_2 = 4\pi\epsilon_0 z_C^2 E_{Cz} = 4\pi \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \cdot 0,5^2 \cdot 360 = 10 \text{ nC}.$$

Vastus: Elektrivälja tugevus punktis C on $360\mathbf{a}_z \text{ V/m}$. Sama suure väljatugevuse tekitav koordinaatide alguspunkti paigutatud laeng 10 nC .

2.) Antud:

$$\mathbf{D} = 6\rho\cos(\phi)\mathbf{a}_\rho - 5\rho\sin(\phi)\mathbf{a}_\phi \text{ C/m}^2$$

$$A(7,9; \pi/4; 0,21)$$

Leida:

$$\rho_v(A) = ?$$

Laengu ruumtihedus on teatavasti elektrivoo tiheduse divergents

$$\rho_v = \nabla \cdot \mathbf{D}.$$

Avaldises kasutatavatest muutujatest näeme, et antud juhul on elektrivoo tihedus antud silindrilistes koordinaatides, mida saab arvutada kui (õpikust lk 76):

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho D_\rho) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial D_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial D_z}{\partial z}.$$

Konkreetses ülesandes puudub elektrivoo tihedusel z komponent, seega on meil vaja leida ainult kaks osatuletist. Esimene neist on

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho D_\rho) = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} 6\rho^2 \cos(\phi) = 12 \cos(\phi).$$

Teine liidetav on

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial D_\phi}{\partial \phi} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial [-5\rho \sin(\phi)]}{\partial \phi} = -5 \cos(\phi).$$

Seega

$$\rho_v = \nabla \cdot \mathbf{D} = 12 \cos(\phi) - 5 \cos(\phi) = 7 \cos(\phi) \frac{\text{C}}{\text{m}^3}.$$

Näeme, et laengu ruumtihedus sõltub ainult asimuudist ϕ ja seega tema väärtus punktis A on $\rho_v(A) = \rho_v(\phi = \pi/4) = 7\cos(\pi/4) = 4,95 \text{ C/m}^3$.

Vastus: Laengu ruumtihedus punktis $(7,9; \pi/4; 0,21)$ on $4,95 \text{ C/m}^3$.

3.) Antud:

$$U = 60r^{0,8} \text{ V}$$

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

Leida:

$$\rho_v(r = 0,6) = ?$$

Ka siin saame laengu ruumtiheduse leida elektrivoo tiheduse divergentsina, ainult antud ülesandes kasutame erinevalt eelmisest sfäärilisi koordinaate. Elektrivoo tiheduse saame avaldada elektrivälja tugevusest, viimane on omakorda leitav potentsiaali gradiendina

$$\mathbf{E} = -\nabla U.$$

Gradient sfäärilistes koordinaatdes (õpikust lk 104)

$$\nabla U = \frac{\partial U}{\partial r} \mathbf{a}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial \theta} \mathbf{a}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial U}{\partial \phi} \mathbf{a}_\phi.$$

Õnneks on antud ülesandes potentsiaal ainult kaugusest r sõltuv ja seega on kaks viimast osatuletist nullid, mistõttu

$$\mathbf{E} = -\nabla U = -\frac{\partial U}{\partial r} \mathbf{a}_r = -60 \frac{\partial r^{0,8}}{\partial r} \mathbf{a}_r = -48r^{-0,2} \mathbf{a}_r \frac{\text{V}}{\text{m}}.$$

Elektrivoo tihedus on seega

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} = -48\varepsilon_0 r^{-0,2} \mathbf{a}_r = -4,25 \cdot 10^{-10} r^{-0,2} \mathbf{a}_r \frac{\text{C}}{\text{m}^2}.$$

Otsitav laengu ruumtihedus on nüüd leitav, sarnaselt eelmisele ülesandele, kui

$$\rho_v = \nabla \cdot \mathbf{D}.$$

Divergents sfäärilistes koordinaatides on

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 D_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta D_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial D_\phi}{\partial \phi}.$$

Kuna ülesandes on elektrivoo tihedusel ainult r – komponent siis saame,

$$\begin{aligned} \rho_v = \nabla \cdot \mathbf{D} &= \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 D_r) = \frac{-4,25 \cdot 10^{-10}}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 r^{-0,2}) = \\ &= \frac{-4,25 \cdot 10^{-10}}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^{1,8}) = \frac{-7,65 \cdot 10^{-10}}{r^2} r^{0,8} = \frac{-7,65 \cdot 10^{-10}}{r^{1,2}} \frac{\text{C}}{\text{m}^3}. \end{aligned}$$

Laengu ruumtihedus 0,6 m kaugusel koordinaatide alguspunktis on seega $\rho_v(r=0,6) = -1,41 \text{ nC/m}^3$.

4.) Antud:

$$a = 3 \text{ mm} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$b = 5 \text{ mm} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\sigma_{Fe} = 6 \cdot 10^6 \text{ S/m}$$

$$\sigma_{Cu} = 5,8 \cdot 10^7 \text{ S/m}$$

$$I = 120 \text{ A}$$

$$L = 330 \text{ m}$$

Leida:

$$J_{Fe} = ?$$

$$J_{Cu} = ?$$

$$E_{Fe} = ?$$

$$E_{Cu} = ?$$

$$U = ?$$

Kuna joonintegraal elektrivälja tugevusest peab andma juhtme otste potentsiaalide vahe, seda sõltumata kummast materjalist teekond kulgeb, siis peavad elektrivälja tugevused mõlemas keskkonnas võrdsed olema $E = E_{Fe} = E_{Cu}$. Voolutihedused saame avaldada Oomi seadusest

$$J = \sigma E.$$

Seega voolutihedus rauast südamikus on $J_{Fe} = \sigma_{Fe} E$ ning voolutugevus selles vastavalt $I_{Fe} = J_{Fe} a^2$. Sarnaselt on voolutihedus- ja tugevus vasest ümbrises $J_{Cu} = \sigma_{Cu} E$ ning $I_{Cu} = J_{Cu} (b^2 - a^2)$. Kogu voolutugevus $I = 120 \text{ A}$ on nende kahe voolu summa

$$I = J_{Fe} a^2 + J_{Cu} (b^2 - a^2) = E \sigma_{Fe} a^2 + E \sigma_{Cu} (b^2 - a^2).$$

Näeme, et saadud võrrandis on ainult üks tundmatu – otsitav elektrivälja tugevus E , avaldame selle ja leiame, et

$$E = \frac{I}{a^2(\sigma_{Fe} - \sigma_{Cu}) + b^2\sigma_{Cu}} = 0,122 \frac{V}{m}.$$

Nüüd saame leida voolutiheduses mõlemas keskkonnas. Rauast südamikus on see $J_{Fe} = \sigma_{Fe}E = 733 \text{ kA/m}^2$ ja vasest ümbrises vastavalt $J_{Cu} = \sigma_{Cu}E = 7,08 \text{ MA/m}^2$.

Potentsiaalide vahe juhtme otste vahel on $U = E \cdot L = 40,3 \text{ V}$.

Vastus: Elektrivälja tugevused mõlemas keskkonnas on 122 mV/m , voolutihedus rauast südamikus on 733 kA/m^2 ja vasest ümbrises vastavalt $7,08 \text{ MA/m}^2$, potentsiaal juhtme otste vahel on $40,3 \text{ V}$.

5.) Antud:

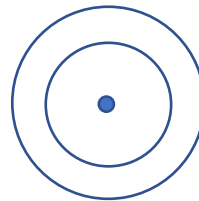
$$\mathbf{I}_1 = 8\mathbf{a}_z \text{ mA} = 8 \cdot 10^{-3} \mathbf{a}_z \text{ A}$$

$$\mathbf{K}_2 = 0,4\mathbf{a}_z \text{ A/m}$$

$$\mathbf{K}_3 = -0,15\mathbf{a}_z \text{ A/m}$$

$$r_2 = 11 \text{ mm} = 1,1 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$r_3 = 6 \text{ mm} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$



Leida:

$$\mathbf{H}(\rho = 0,03) = ?$$

Esmalt leiame joonega $\rho = 0,03 \text{ m}$ piiratud ala läbiva koguvoolu

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_1 + 2\pi r_2 \mathbf{K}_2 + 2\pi r_3 \mathbf{K}_3 = 30\mathbf{a}_z \text{ mA}.$$

Magnetvälja tugevus on nüüd kergesti leitav

$$\mathbf{H} = \frac{I}{2\pi\rho} \mathbf{a}_\phi = \frac{0,03}{2\pi \cdot 0,03} \mathbf{a}_\phi = \frac{1}{2\pi} \mathbf{a}_\phi \approx 0,16\mathbf{a}_\phi \frac{A}{m}.$$

Voolu suund $\mathbf{a}_z$ annab meile tulemuseks, et magnetvälja jõujooned on $\mathbf{a}_\phi$ suunalised.

6.) Antud:

$$f = 75 \text{ MHz} = 7,5 \cdot 10^7 \text{ Hz}$$

$$\mathbf{H}_s = (5 - j12)(3\mathbf{a}_z + 2j\mathbf{a}_y)e^{-j\beta x} \text{ A/m}$$

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Leida:

$$\mathbf{H}(x = 0,15\text{m}; t = 4 \text{ ns}) = ?$$

$$E_0 = ?$$

Laine ringsagedus $\omega = 2\pi f = 1,5 \cdot 10^8 \pi = 4,71 \cdot 10^8 \text{ rad/s}$ ja faasikonstant $\beta = \omega/c = \pi/2 \text{ rad/m}$. Järgnevalt teisendame magnetvälja tugevuse esmalt faasorkujult ajalisele. Alustuseks viin komplekskordaja $5 - j12$ eksponentsiaalsele kujule $13e^{-j1,176}$. Nüüd võib faasorkujul magnetvälja anda tema z ja y komponentide summana

$$\mathbf{H}_s = 39e^{-j1,176}e^{-j\beta x}\mathbf{a}_z + 26e^{-j1,176}e^{\frac{\pi}{2}j}e^{-j\beta x}\mathbf{a}_y.$$

Viimases avaldises kasutasime võrdust $j = e^{j\pi/2}$. Korrutame nüüd tulemuse mõlemad pooled läbi komplekseksponentiga $e^{j\omega t}$.

$$\mathbf{H}_s e^{j\omega t} = 39 e^{j(\omega t - \beta x - 1,176)} \mathbf{a}_z + 26 e^{j(\omega t - \beta x + \frac{\pi}{2} - 1,176)} \mathbf{a}_y.$$

Leiame korrutise reaalosaks ehk magnetvälja ajalise kuju:

$$\mathbf{H}(x; t) = 39 \cos\left(1,5 \cdot 10^8 \pi t - \frac{\pi}{2} x - 1,176\right) \mathbf{a}_z + 26 \cos\left(1,5 \cdot 10^8 \pi t - \frac{\pi}{2} x + 0,394\right) \mathbf{a}_y.$$

Viimase väärtus huvipakkuvas kohas- ja ajahetkel on seega

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(0,15; 4 \cdot 10^{-9}) &= 39 \cos\left(1,5 \cdot 10^8 \pi \cdot 4 \cdot 10^{-9} - \frac{\pi}{2} 0,15 - 1,176\right) \mathbf{a}_z + \\ &+ 26 \cos\left(1,5 \cdot 10^8 \pi \cdot 4 \cdot 10^{-9} - \frac{\pi}{2} 0,15 - 0,394\right) \mathbf{a}_y = \\ &= 39 \cos(0,473) \mathbf{a}_z + 26 \cos(2,043) \mathbf{a}_y = 34,7 \mathbf{a}_z - 11,8 \mathbf{a}_y \frac{\text{A}}{\text{m}}. \end{aligned}$$

Elektrivälja tugevuse amplituud on magnetvälja tugevuse omast keskkonna lainetakistuse kordselt suurem. Antud ülesandes on keskkonnaks vaaku lainetakistusega $\eta_0 = 377 \Omega$. Seega elektrivälja tugevuse amplituud on lihtsalt

$$E_0 = \eta_0(5-j12)(3\mathbf{a}_z+2j\mathbf{a}_y) = 377(5-j12)(3\mathbf{a}_z+2j\mathbf{a}_y) \text{ V/m}.$$

Vastus: Magnetvälja tugevus asukohas $x = 15 \text{ cm}$ ajahetkel $t = 4 \text{ ns}$ on $34,7\mathbf{a}_z - 11,8\mathbf{a}_y \text{ A/m}$. Elektrivälja tugevuse amplituud on $377(5-j12)(3\mathbf{a}_z+2j\mathbf{a}_y) \text{ V/m}$.

7.) Antud:

$$f = 400 \text{ MHz} = 4 \cdot 10^8 \text{ Hz}$$

$$\sigma = 0,81 \text{ S/m}$$

$$\epsilon_r' = 57,95$$

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$$

Leida:

Kui sügaval lihastes on signaali võimsustihedus kahanenud kümme korda?

$$\phi =$$

Leiame esmalt keskkonna kaonurga tangensi

$$\tan \delta = \frac{\epsilon''}{\epsilon'} = \frac{\sigma}{\epsilon' \omega} = 0,628.$$

Näeme, et tulemus on 0,1 suurem, kuigi mitte väga palju. Põhimõtteliselt võib siiski antud ülesande lahendamiseks kasutada hea juhtivusega keskkonna kohta käivaid, lihtsustatud avaldisi. Kuid võime kasutada ka täpseid avaldisi, sellisel juhul on meile huvipakkuv keskkonna sumbetegur

$$\alpha = \omega \sqrt{\frac{\mu \epsilon'}{2}} \sqrt{\sqrt{1 + \left(\frac{\epsilon''}{\epsilon'}\right)^2} - 1} = 19,2 \frac{\text{Np}}{\text{m}}.$$

Signaali võimsuse pindtihedus sügavusel z kehas on

$$\Pi(z) = \Pi_0 e^{-2\alpha z}.$$

Seega väärtus on kahanenud kümnendikuni esialgsest sügavusel

$$z = -\frac{1}{2\alpha} \ln\left(\frac{\Pi(z)}{\Pi_0}\right) = -\frac{1}{2 \cdot 19,2} \ln(0.1) = 0,06 \text{ m.}$$

Lihaste lainetakistus on

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon'}} \frac{1}{\sqrt{1 - j \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'}}} = 43,8 + 12,6j \, \Omega.$$

Lainetakistuse faas, ehk otsitav faasinihe lihases kulgeva elektri- ja magnetvälja vahel on seega

$$\phi = \text{atan}\left(\frac{12,6}{43,8}\right) = 0,28 \text{ rad.}$$

Vastus: Signaali võimsustihedus on kahanenud kümme korda sügavusel 6 cm. Faasinihe lihases kulgeva elektri- ja magnetvälja vahel on 0,28 rad.

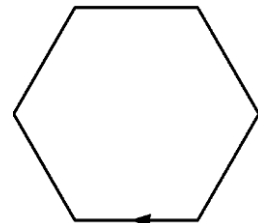
Nimi või üliõpilaskood.....

Eksam koosneb seitsmest ülesandest. Iga ülesande eest saadav, maksimaalne võimalik punktisumma, on märgitud ülesande teksti lõpus sulgudes oleva rasvases kirjas tekstiga. Maksimaalne võimalik punktisumma kogu eksami eest kokku on **38** punkti. Eksami positiivseks sooritamiseks on vajalik vähemalt **19** punktine tulemus. Eksamitöö kirjutamiseks on aega kuni kolm tundi.

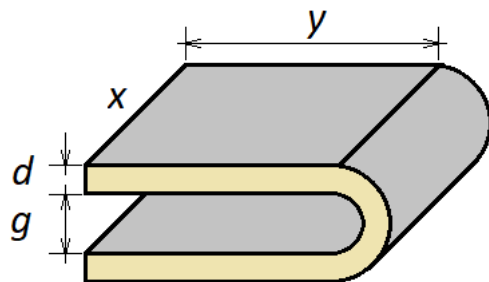
1. Vaakumis paikneb z-teljel lõpmatu ühtlane joonlaeng laengu joontihedusega $\rho_L = 102 \text{ nC/m}$. Kui suur jõud **F** mõjub koordinaatidel $P(1, 8, 7) \text{ mm}$ asuvale 55 nC suurusele punktlaengule (**5 punkti**)?

2. Vaakumis asub tasandil $z = 0$ ideaalse juhtivusega materjalist pind. Selle kohal paikneb z-teljel tasandist $0,7 \mu\text{m}$ kõrgusel punktlaeng suurusega 40 nC . Kui suur on kirjeldatud süsteemi potentsiaal punktis $A(0; 1,43; 1,43) \text{ mm}$ (**6 punkti**)?

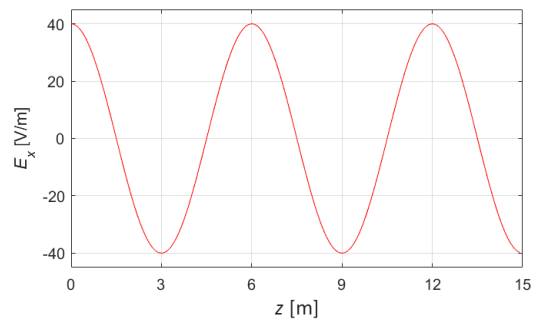
3. Vaakumis asub tasandil $z = -2$ kuusnurkne raam küljepikkusega 33 cm . Kõik raami küljed on võrdsete pikkustega ja samuti on omavahel võrdsed kõik kuusnurga nurgad. Alalisvool tugevusega $2,7 \text{ A}$ kulgeb joonisel noolega näidatud suunas. Joonisel on kuusnurk kujutatud vaadatuna ülalt, ehk z-telje positiivsest suunast z-i väärtuse vähenemise suunas vaadatuna. Kui suur on magnetvälja tugevus **H** kuusnurga keskpunktis (**6 punkti**)?



4. Leia joonisel kujutatud kujuga kondensaatori mahtuvus, kui plaatide vaheline kaugus $d = 39 \mu\text{m}$, plaatide laius $x = 3,1 \text{ cm}$, pikkus paindekohani $y = 2,5 \text{ cm}$, kahekordne sisemine painderaadius $g = 0,1 \text{ mm}$ ning dielektrikuks plaatide vahel on paber (**5 punkti**).



5. Joonisel on kujutatud ühtlase tasalaine elektrivälja tugevus mingil fikseeritud ajahetkel. Laine levib z – telje positiivses suunas läbi jää. Viimase suhteline dielektriline läbitavus on 4,2. Kui suured on antud laine sagedus, faasikontant ja magnetvälja komponendi amplituud? Kirjuta leitud suuruste arvuliste väärtuste kaudu välja laine magnetvälja komponendi hetkväärtuse $\mathbf{H}(t,z)$ avaldis (5 punkti).



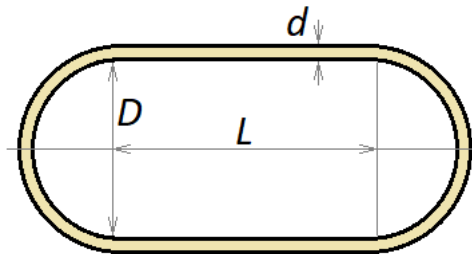
6. Õhus kulgeva, 3,5 GHz sagedusega, ühtlase tasalaine teel on laine levisuunaga risti lõputu kvartsist plaat paksusega 2,2 cm. Kvarts on mittemagnetiline isolaator suhtelise dielektrilise läbitavusega 3,8. Kui suur on peegeldusteguri Γ_{12} väärtus esimesel üleminekul õhust kvartsi (5 punkti)?

7. Magnetväli tugevusega $\mathbf{H} = 8 \cdot \sin(\theta) \mathbf{a}_\phi$ läbib pinda $r = 5\text{ m}$, $0 \leq \theta \leq \pi/2$ ja $0 \leq \phi \leq \pi/2$. leia alalisvoolu tiheduse avaldis antud pinnal. Kui suur on kogu pinda läbiva alalisvoolu tugevus (6 punkti)?

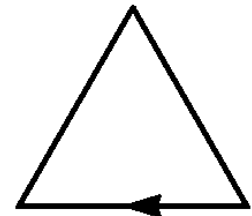
Nimi või üliõpilaskood.....

Eksam koosneb seitsmest ülesandest. Iga ülesande eest saadav, maksimaalne võimalik punktisumma, on märgitud ülesande teksti lõpus sulgudes oleva rasvases kirjas tekstiga. Maksimaalne võimalik punktisumma kogu eksami eest kokku on **38** punkti. Eksami positiivseks sooritamiseks on vajalik vähemalt **19** punktine tulemus. Eksamitöö kirjutamiseks on aega kuni kolm tundi.

1. Ravimikapsli kujulise kondensaatori ristlõige on kujutatud joonisel. Kui suur on antud kondensaatori mahtuvus, kui silindrilise osa pikkus $L = 6$ mm ja sisediameeter $D = 2$ mm ning juhtivate kihtide vahelise dielektriku paksus on $d = 0,21$ mm? Dielektriku suhteline dielektriline läbitavus on 9,2 (**5 punkti**).



2. Vaakumis asub tasandil $x = 3$ võrdkülgne kolmnurkne raam küljepikkusega 72,6 cm. Alalisvool tugevusega 157 mA kulgeb joonisel noolega näidatud suunas. Joonisel on raam kujutatud eestvates, ehk x -telje positiivsest suunast x -i väärtuse vähenemise suunas vaadatuna. Kui suur on magnetvälja tugevus H_P kolmnurga keskpunktis P (**6 punkti**)?



3. Vaakumis asuvad z -teljel paiknev lõpmatu ühtlane joonlaeng laengu joontihedusega $\rho_L = 38$ nC/m ja asukohas $B(12, 8, 4)$ punktilaeng suurusega 520 nC. Kui suur jõud F mõjub koordinaatidel $A(0, 3, 4)$ asuvalale -21 nC suurusele punktilaengule (**5 punkti**)?

4. 500 MHz sagedusega, vaakumis leviva tasalaine magnetvälja kirjeldab faasorkujul avaldis $\mathbf{H}_s = (3\mathbf{a}_x - 3j\mathbf{a}_z)(4 + j8)e^{-j\beta y}$ A/m. Kui suur on elektrivälja tugevuse hetkväärtus E asukohas $y = 30$ cm ajahetkel 6 ns? Millise polarisatsiooniga, kuju ja käelisuus, on kirjeldatud laine (**6 punkti**)?

5. Kasuta Gaussi seadust magnetvoo kohta kontrollimaks kas vaakumis eksisteeriv väli kujul

$$\mathbf{H} = \frac{-y}{x^2 + y^2} \mathbf{a}_x + \frac{x}{x^2 + y^2} \mathbf{a}_y + 2\mathbf{a}_z \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

võiks kirjeldada reaalselt magnetvälja või mitte (**5 punkti**)?

6. Elektrivoo tihedus vaakumis on $\mathbf{D} = 2y\mathbf{a}_y$ nC/m². Ligikaudu kui suur koguvoog ψ läbib 1,5 mm raadiusega kerakujulist pinda mille keskpunkt asub koordinaatidel A(0, 2, 1) m (**5 punkti**)?

7. Õhust langeb süsinikterase pinnale, viimasega risti, ühtlane tasalaine sagedusega 35,47 GHz. Kui suur on sellisel juhul peegeldusteguri Γ väärtus? Kui suur osa pinnale langevast võimsusest peegeldatakse õhku tagasi ja kui suur osa kandub edasi terasesse? Süsinikterase juhtivus on $7 \cdot 10^6$ S/m ja suhteline magnetiline läbitavus sada korda (**6 punkti**).

Nimi või üliõpilaskood.....

Eksam koosneb seitsmest ülesandest. Iga ülesande eest saadav, maksimaalne võimalik punktisumma, on märgitud ülesande teksti lõpus sulgudes oleva rasvases kirjas tekstiga. Maksimaalne võimalik punktisumma kogu eksami eest kokku on **38** punkti. Eksami positiivseks sooritamiseks on vajalik vähemalt **19** punktine tulemus. Eksamitöö kirjutamiseks on aega kuni kolm tundi.

1. Rauast juhtme diameeter on 3 mm. Rauast osa ümbritseb vasest ümbris paksusega 1 mm. Raua ja vase erijuhtivused on vastavalt $6 \cdot 10^6$ ja $5,8 \cdot 10^7$ S/m. Leia voolutihedused ja elektriväljade tugevused nii rauast südamikus kui vasest ümbrises, kui juhett läbib alalisvool tugevusega 72 A. Kui suur on potentsiaalide vahe antud juhtme otste vahel, kui juhtme pikkus on 195 meetrit (**5 punkti**)?

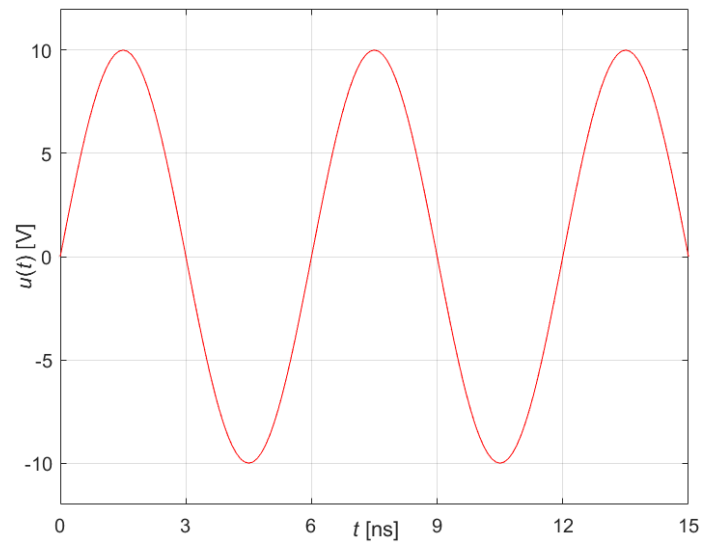
2. Mittemagnetilise keskkonna juhtivus ja suhteline dielektriline läbitavus sagedusel 990 MHz on vastavalt 0,18 S/m ja 48 korda. Kui sügavale antud keskkonda peab ühtlane tasalaine tungima, et viimase võimsustihedus kahaneks sajandikuni väärtusest õhu ja keskkonna piiril? Kui suur on faasinihe kirjeldatud keskkonnas kulgeva elektri- ja magnetvälja vahel (**6 punkti**)?

3. Kahte keskkonda, vastavalt suhteliste dielektriliste läbitavustega $\epsilon_{r1} = 6$ ja $\epsilon_{r2} = 4$, lahutav tasand läbib punkti A(7, 2, 3). Tasandi normaalvektor $\mathbf{n}$ koordinaatidega $(0, \sqrt{0,5}, \sqrt{0,5})$ on suunatud esimesest keskkonnast teise. Kui suur on elektrivoo tihedus $\mathbf{D}_2$ teises keskkonnas, kui elektrivälja tugevus esimeses keskkonnas on $\mathbf{E}_1 = 34\mathbf{a}_x + 42\mathbf{a}_z$ V/m (**5 punkti**)?

4. Kui suur on tasanditega $x = 0$; $x = 1$; $y = 0$; $y = 2$; $z = -3$ ning $z = 0$ piiratud ja õhuga täidetud, ruumiossa salvestatud magnetvälja potentsiaalne energia W_H , kui magnetvälja tugevus kogu vaadeldavas alas on kirjeldatav avaldisega $\mathbf{H} = x\mathbf{a}_x - y\mathbf{a}_y + 4\mathbf{a}_z$ A/m (**6 punkti**)?

5. Magnetiline vektorpotentsiaal vaakumis on antud kujul $\mathbf{A} = (5y - z)\mathbf{a}_x + 3xz\mathbf{a}_y$ Wb/m. Leia magnetvälja tugevuse $\mathbf{H}$ ja voolutiheduse $\mathbf{J}$ väärtused punktis P(2; 1; -3) (**6 punkti**).

6. Joonisel on kujutatud lõputult pikas kaovabas koaksiaalkaablis leviva pinga ajaline kuju. Kasutatava kaabli mahtuvus pikkusühiku kohta on 103 pF/m ja induktiivsus pikkusühiku kohta vastavalt 260 nH/m . Leia kui suured on kirjeldatud juhul signaali lainepikkus λ , faasikonstandi β väärtus ja voolutugevuse amplituud I_m vaadeldavas kaablis (5 punkti)?



7. Kui suur on laengu ruumtihedus punktis $A(4; \pi/8; 6)$, kui elektrivoo tihedust keskkonnas kirjeldab avaldis kujul $\mathbf{D} = 5\rho\cos(\phi)\mathbf{a}_\rho - 8\rho\sin(2\phi)\mathbf{a}_\phi \text{ C/m}^2$. (5 punkti).