

1. DIELEKTRILISE LÄBITAVUSE MÕÕTMINE

THOMAS JOHANN SEEBECKI ELEKTROONIKAINSTITUUT

TALLINN
2025

Dielektrilise läbitavuse mõõtmine

Töö eesmärk:

Dielektrilise läbitavuse mõiste, absoluutne- ja suhteline dielektriline läbitavus. Dielektrilise läbitavuse mõõtmine, plaatkondensaatori ehitus ja mahtuvus.

Kasutatavad seadmed ja vahendid:

- Sidu- ja spektrianalüsaator FSH-4,
- Kalibreerimiskomplekt R&S ZV-Z135,
- Isane-isane SMA üleminek,
- Mõõteobjekt,
- Joonlaud ja nihik.

Töö teoreetilised alused:

Elektriliseks **dipooliks** nimetatakse süsteemi kahest, võrdsest ja vastasmärgilisest laengust ($\pm Q$), mis asuvad teineteiseist väikesel kaugusel d (vt joonis 1).



Joonis 1. Elektriline dipool ja selle dipoolmoment $\mathbf{p}$

Dipooli kirjeldamiseks kasutatakse **dipoolmomendi** nimelist vektorsuurst

$$\mathbf{p} = Q\mathbf{d}, \quad (1)$$

kus vektori $\mathbf{d}$ suund on negatiivselt laengult positiivsele ja tema pikkus on võrdne laengute vahelise kaugusega d . Dipoolmomendi $\mathbf{p}$ mõõtühikuks on $[\text{C}\cdot\text{m}]$.

Praktikas saab dipoolidena vaadelda molekule dielektrikutes. Osade materjalide puhul on molekulid pidevalt polariseeritud ehk käituvad (elektrilise) dipoolina isegi välise elektrivälja puudumisel. Selliseid molekule nimetatakse **polaarseteks**. Kui ühikruumalas asub n dipooli, siis väikeses ruumalas Δv asub keskmisel $n\Delta v$ dipooli ja summaarne dipoolmoment antud ruumiosas on

$$\mathbf{p}_{\text{kogu}} = \sum_{i=1}^{n\Delta v} \mathbf{p}_i . \quad (2)$$

Kuna polaarsed molekulid paiknevad makroskoopilises mõttes juhuslikult siis on nende summaarne elektriväli taolistest materjalides, välise elektrivälja puudumisel, null. Erandi moodustavad **elektreetidena** tuntud materjalid millede on dipoolmomendid isegi välise mõju puudumisel samas suunas orienteeritud. Elektreeti võib vaadelda kui püsिमagnet analoogi elektrivälja korral.

Teist liiki materjalides puhul tekib polarisatsioon alles välise elektrivälja mõjul. Sellise materjali molekule nimetatakse **mittepolaarseteks**. Mõlemat liiki materjalide puhul orienteeruvad dipoolid materjalis välise elektrivälja $\mathbf{E}$ mõjul selle jõujoonte sihis mistõttu summaarne elektrivälja tugevus on dielektrikus alati nõrgem kui samadel tingimustel vaakumis.

Materjali **polarisatsioon** $\mathbf{P}$ on defineeritud kui summaarne dipoolmoment ühikruumala kohta

$$\mathbf{P} = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta v} \sum_{i=1}^{n\Delta v} \mathbf{p}_i . \quad (3)$$

Polarisatsiooni $\mathbf{P}$ mõõtühikuks on $[\text{C}/\text{m}^2]$. **Lineaarsetes** ja **isotroopsetes** dielektrikutes on seos välise elektrivälja tugevuse $\mathbf{E}$ ja polarisatsiooni $\mathbf{P}$ vahel lineaarne

$$\mathbf{P} = \chi_e \varepsilon_0 \mathbf{E} , \quad (4)$$

kus ε_0 on vaakumi **dielektriline läbitavus** (ligikaudu $8,854187 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$) ja χ_e on ühikuta suurus tuntud kui materjali **dielektriline vastuvõtlikkus**. Mida suurem on dielektriline vastuvõtlikkus seda tugevamalt materjal välise elektrivälja mõjul polariseerub.

Summaarne elektrivoo tihedus $\mathbf{D}$ dielektrikus koosneb seega kahest komponendist, välise elektrivälja (vabade laengute) poolt tekitatust $\varepsilon_0 \mathbf{E}$ ja dielektrikus asuvate seotud laengute poolt põhjustatust osast $\mathbf{P}$

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \chi_e \varepsilon_0 \mathbf{E} = \varepsilon_0 (1 + \chi_e) \mathbf{E} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E} = \varepsilon \mathbf{E}, \quad (5)$$

kus $\varepsilon_r = 1 + \chi_e$ on materjali **suhteline dielektriline läbitavus** ja $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ on sellesama materjali **absoluutne dielektriline läbitavus**. Elektrivälja tugevus dielektrikus on seega ε_r korda väiksem kui vaakumis.

Ülaltoodu on üheselt rakendatav staatiliste elektriväljade korral. Juhul kui väli on ajas muutuv, tuleb arvestada sellega, et polariseerumine ei toimu hetkeliselt vaid selleks kulub alati veidi aega. Polariseeritus $\mathbf{P}(t)$ on sellisel juhul leitav konvolutsioonina

$$\mathbf{P}(t) = \varepsilon_0 \int_{-\infty}^t \chi_e(t - \tau) \mathbf{E}(\tau) d\tau . \quad (6)$$

Konvolutsiooniteoreemist lähtudes saab kahe suuruse ajalise konvolutsiooni asendada nende Fourier'i teisenduste korrutisega ehk

$$\mathbf{P}(\omega) = \varepsilon_0 \chi_e(\omega) \mathbf{E}(\omega), \quad (7)$$

kus $\omega = 2\pi f$ on vahelduva elektrivälja ringsagedus. Näeme, et nii dielektriline vastuvõtlikkus χ_e ja seega ka materjali dielektriline läbitavus ε on mõlemad sagedusest sõltuvad suurused. Mainitud sagedussõltuvus põhjustab dielektrikutes **dispersiooni** nimelist nähtust ehk elektromagnetlainete levikiiruse sõltuvust nende sagedusest.

Kuna sõltuvus $\mathbf{D}$ ja $\mathbf{E}$ vahel on kausaalne, siis jääb elektrivoo tihedus $\mathbf{D}$ ajas elektrivälja tugevusest mõnevõrra $\mathbf{E}$ maha, seda hilistust võib vaadelda faasinihkena δ . Viimane tähendab omakorda seda, et materjali dielektriline läbitavus $\varepsilon(\omega)$ on tegelikult sagedusest sõltuv kompleksne suurus

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon'(\omega) - j\varepsilon''(\omega), \quad (8)$$

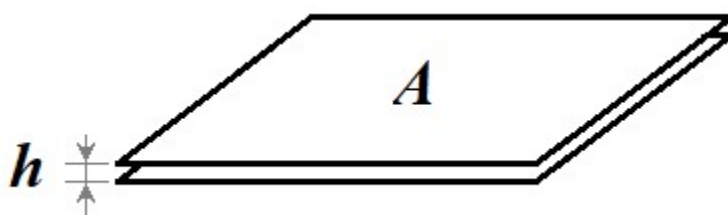
Reaalosa $\varepsilon'(\omega)$ iseloomustab antud keskkonna energiasalvestusvõimet ja imaginaarosa $\varepsilon''(\omega)$ dielektrilisi kadusid ehk elektrivälja energia soojuseks muutumise määra. Mainitud põhjustel kutsutakse dielektrilise läbitavuse imaginaarosa ka **kaoteguriks**.

Dielektrilise läbitavuse mõõtmiseks kasutatakse mitmeid erinevaid meetodeid, huvi korral võib tutvuda materjaliga [1] mis annab võimalikest viisidest põhjaliku ülevaate. Käesolevas töös kasutame trükkplaadi alusmaterjali dielektrilise läbitavuse mõõtmiseks nn paralleelsete plaatide meetodi lihtsustatud versiooni.

Asetades kaks võrdsete pindaladega A juhtivat plaati teineteisest kaugusele h saame plaatkondensaatori (vt joonis 2) mahtuvusega

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{h} = \varepsilon \frac{A}{h}. \quad (9)$$

Plaatide vahelist dielektrikut iseloomustab siis selle absoluutne- ε või suhteline ε_r dielektriline läbitavus.



Joonis 2. Plaatkondensaatori ehitus

Avaldis on tegelikult ligikaudne ja kehtib täpselt ainult sellisel juhul, kui plaatide pindala läheneb lõpmatusale. Rusikareeglina loetakse avaldist piisavalt täpselt kui plaatide mõõtmed on nende vahelisest kaugusest h üle kümne korra suuremad. Kondensaatori servade lähedal lekib elektriväli nende vahelt välja (*fringing effect*) mistõttu tegelik mahtuvus on suurem kui avaldisega (9) leitud. Mahtuvuse hinnangu viimast efekti arvestades saame leida avaldisega [2]

$$C = C_0 \left(1 + \frac{2h}{\pi R} \ln \frac{e\pi R}{h} \right), \quad (10)$$

kus C_0 on avaldisega (9) leitud algne mahtuvus ja R on ekvivalentse ringikujulise kondensaatori raadius

$$R = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{x \cdot y}{\pi}}. \quad (11)$$

Viimases avaldises tähistavad x ja y vastavalt kondensaatori plaadi laiust ja pikkust.

Impedantsi mõõtmine siduanalüsaatoriga

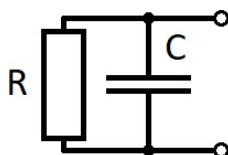
Mõõteobjekti mahtuvuse- ja selles tekkivate kadude mõõtmiseks kasutame käesolevas töös siduanalüsaatorit. Viimane mõõdab tema külge ühendatud elektriiahela peegeldustegurit

$$\Gamma(f) = |\Gamma(f)|e^{j\varphi(f)}. \quad (12)$$

Tegemist on üldjuhul sagedusest f sõltuva kompleksse suurusega mille moodul $|\Gamma|$ näitab peegeldunud ja langeva laine (pinge) amplituudide suhet ja faas φ nende lainete vahelist faasinihet. Olles mõõtnud peegeldusteguri väärtus ja teades mõõteriista karakteristikliku impedantsi ($Z_0 = 50 \Omega$) saame leida uuritava elektriiahela impedantsi väärtuse avaldisega

$$Z = R + jX = Z_0 \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma}. \quad (13)$$

Reaalset, kadudega kondensaatorit võib vaadelda kui ideaalset kaovaba kondensaatorit millega on rööbiti ühendatud kadusid tekitav takisti (vt joonis 4.). Kaod tekivad nii dielektriku muutuva polarisatsiooni- kui ka juhtivate plaatide elektritakistuse tõttu. Käesolevas töös eeldame lihtsuse mõttes, et domineerivad just esimesed.



Joonis 4. Kadudega kondensaatori aseskeem

Kuna meie aseskeemis on huvipakkuvad komponendid omavahel rööbiti ühendatud on praktikas mugavam impedantsi asemel kasutada hoopis antud ahela admitantsi

$$Y = \frac{1}{Z} = G + jB = \frac{1}{Z_0} \frac{1 - \Gamma}{1 + \Gamma}. \quad (14)$$

Teatavasti on mahtuvusega C kondensaatori reaktiivjuhtivuse moodul

$$|B_C| = \text{Im}\{Y\} = 2\pi f C. \quad (15)$$

Kombineerides seda plaatkondensaatori mahtuvuse avaldisega (9) saame leida otsitava dielektrilise läbitavuse reaalsa

$$\varepsilon' = \frac{h|B_c|}{2\pi f A}. \quad (16)$$

Jagades saadud tulemuse läbi ε_0 saame materjali suhtelise dielektrilise läbitavuse reaalosaga ε_r' . Täpsema tulemuse saamiseks võime arvestada lekkevälja mõju (10). Kui asendame viimases avaldises (16) admitantsi Y imaginaarosa mooduli $|B_c|$ hoopis selle reaalosaga $G = \operatorname{Re}\{Y\}$ saame leida dielektrilise läbitavuse imaginaarosa mis iseloomustab mõõteobjektis tekkivaid kadusid.

Kadusid väljendatakse tavaliselt kaonurga tangensi

$$\tan \delta = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} \quad (17)$$

kujul. Kaonurk δ näitab kui palju erineb faasinihe ping- ja voolu vahel ideaalsest, kaovabast, väärtusest $\pi/2$. Kaovabal ideaaljuhul on kaonurga tangensi väärtus null, mida suurem on tegelik väärtus seda suuremad on energiakaod komponendis. Kaonurga tangensi pöörväärtust tuntakse hüveteguri Q nime all ja seda kasutatakse peamiselt elektroonikakomponentide või -ahelate kadude iseloomustamiseks.

Töö käik:

Mõõtmisi võib teha kasutades kas mõõteseadme esipaneeli klaviatuuri või üle Etherneti kaabli *R&S InstrumentView* tarkvara vahendusel arvutist. Lisa A kirjeldab võrguühenduse loomist analüsaatori ja arvuti vahel.



Peale analüsaatori FSH4 voluluvõrku ühendamist ja sisse lülitamist veenduda, et seade töötab siduanalüsaatori režiimis. Vajalikku režiimi lülitamiseks vajutada seadme esipaneelil nuppu <MODE> ja seejärel <F2> (*Network Analyzer*).

Siduanalüsaatori kalibreerimine

Enne mõõtmiste tegemist tuleb siduanalüsaatorit kalibreerida. Kalibreerimine minimeerib mõõtmiseks kasutatavate üleminekute ja kaablite mõju ja suurendab mõõtetäpsust. Kalibreerimise juhendi leiab R&S® FSH4/8/13/20 *Spectrum Analyzer Quick Start Guide* [3] lehekülgedelt 60 ja 61. Praktikumis kasutame FSH4 analüsaatori kalibreerimiseks kalibreerimiskomplekti ZV-Z135.

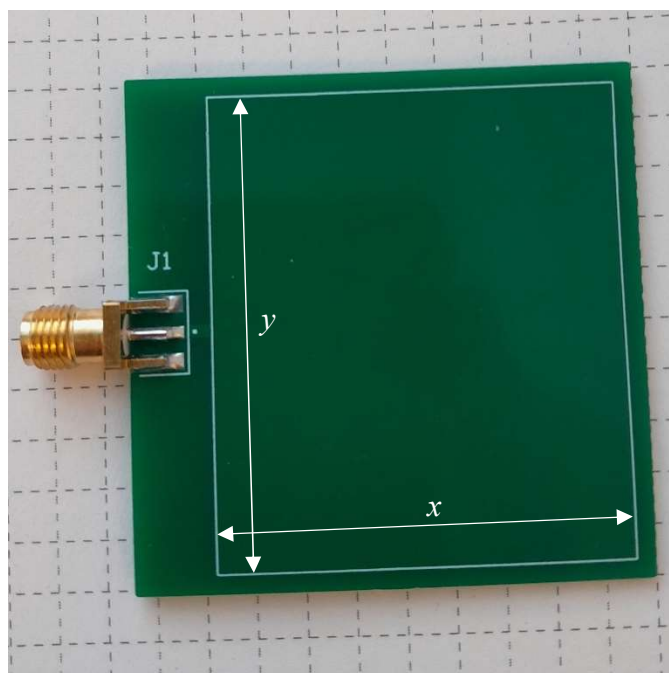
Kalibreerimist teostatakse mõõtorežiimis mille valimiseks tuleb vajutada klahvi <MEAS>. Kalibreerimise teostamiseks tuleb seejärel vajutada <F2> (*Calibration*).

Avanenud menüüst tuleb esmalt valida sobiv kalibreerimiskomplekt (*Select Calkit*), milleks meie puhul on ZV-Z135 FEMALE. Kuna antud juhul on tegemist ainult ühe pordiga seadmega – kaks-klemmiga, siis mõõdame peegeldustegurit. Seega tuleb kalibreerimine teostada peegeldusteguri mõõtmiseks: *Reflection Port 1*. Analüsaatori töösageduste vahemikuks valida 10 – 100 MHz.

Ühendada analüsaatori külge koaksiaalkaabel ja teostada seejärel kalibreerimine. Nüüd on seade valmis mõõteobjekti impedantsi mõõtmiseks.

Mõõteobjekti füüsiliste mõõtude määramine

Mõõteobjektis on praktikumitöös ristkülikukujuline, trükkplaadil paksusega h , realiseeritud kondensaator külgede pikkustega x ja y . Mõõdetavaks suuruseks on trükkplaadi materjali dielektriline läbitavus ε .



Joonis 4. Käesoleva töö mõõteobjekt

1. Esimesena sammuna tuleb mõõta trükkplaadist moodustatud plaat-kondensaatori külgede pikkused x ja y . Mõõtmiseks kasutada tavalist joonlauda.

Juhtiva vasekihiga ei ole laetud kogu trükkplaadi pind vaid ainult sellele joonistatud valge ristküliku sisse jääv osa.

2. Plaatide vahelise kauguse h mõõtmiseks kasutada nihikut. Paksust mõõta kohast, kus puudub vasekiht. Esita mõõdetud plaatide vaheline kaugus h töö aruandes.

Impedantsi sagedussõltuvuse mõõtmine

Ühenda mõõteobjekt siduanalüsaatoriga ühendatud koaksiaalkaabli teise otsa külge ning veendu, et mõõteriist mõõdab ikka peegeldusteguri väärtust (*Result Display – Reflection Port 1*). Vali andmete kuvamise viisiks peegeldustegur – vahet ei ole kas lineaarsetes- või logaritmilistes ühikutes.

Meid ei huvita antud juhul niivõrd ekraanil kuvatav graafik vaid mõõteandmete salvestamine edasiseks töötlemiseks ja analüüsiks. Selleks vali arvutist *InstrumentView* aknast *GetTrace*. Nüüd tekib mõõteriista ekraanikuva ka arvuti ekraanile. Nüüd tuleb

saadud andmed lihtsalt faili salvestada. Selleks vali *InstrumentView* aknast *Save* ja failiformaadiks .csv.

Veendumaks salvestuse õnnestumises ava salvestatud fail *Exceli* keskkonnas. Faili alguses on kirjas olulisemad mõõteriista seadistused millelele järgneb kolm veergu andmetega. Esimeses veerus on mõõtmisel kasutatud signaali sagedused f . Teises veerus on kirjas igal sagedusel mõõdetud peegeldusteguri moodul $|\Gamma|$ väärtus detsibellides

$$20\log|\Gamma|. \quad (18)$$

ning kolmandas veerus on salvestatud mõõdetud peegeldusteguri faas ϕ nurgakraadides.

Mõõtmistega ongi selleks praktikumiks kõik, edasine töö põhineb mõõtetulemuste töötlemisel ja seda võib teha iseseisvalt kodus. Järgnevates punktised nõutud tulemuste leidmiseks kasuta töö teoreetilises osas toodud avaldise.

3. Koosta graafik kus on kogu vaadeldava sagedusvahemiku ulatuses kujutatud mõõteobjekti impedantsi Z reaali- ja imaginaarosa sagedussõltuvus. Juhul kui takistuse R ja reaktiivtakistuse X_C muutumisvahemikud on samas suurusjärgus, siis võib mõlemad graafikud esitada samas teljestikus. Muul juhul tee kummagi kohta eraldi graafik või kasuta kahte erinevat y-telge. Võrdle saadud graafikuid teoreetiliste teadmistega elektrotehnikast, kas graafikud on ootuspärased, kui mitte, siis mis on teisiti? Mis võiks olla erinevuste põhjuseks?
4. Koosta graafik mis kujutab uuritud isolaatori suhtelise dielektrilise läbitavuse $\epsilon_r = \epsilon_r' - j\epsilon_r''$ sagedussõltuvust. Kui reaali- ja imaginaarosa muutumisvahemikud ei ole samas suurusjärgus siis esita tulemused kahe eraldi graafikuna. Anna mõõtetulemuste põhjal hinnang, millisest materjalist võiks südamik valmistatud olla?
5. Leia suhtelise dielektrilise läbitavuse hinnang võttes selleks vastava suuruse keskvaartuse vaadeldud sagedusdiapasooni ulatuses. Esita tulemused aruandes.
6. Viimasena koosta graafik mis näitab kas kaonurga tangensi $\tan \delta$ või hüveteguri Q sõltuvust sagedusest f . Kuidas sõltub uuritud kondensaatori kvaliteet sagedusest? Võrdle saadud tulemust ootuspärasega.

Aruandes esitada:

- Esimeses punktis mõõdetud plaatkondensaatori külgede pikkused x ja y .
- Teises punktis mõõdetud plaatide vaheline kaugus h .
- Kolmandas punktis koostatud graafik(ud) koos selgitustega ja küsimuste vastustega.
- Neljandas punktis koostatud keskkonna dielektrilise läbitavuse sagedussõltuvuse graafik(ud).

- Tulemuseks saadud trükkplaadi materjali suhteline ϵ_r ja absoluutne dielektriline läbitavus ϵ . Lähtudes mõõtetulemusest paku välja millisest materjalist võiks mõõdetud trükkplaat valmistatud olla?
- Kuuendas punktis koostatud graafik mahtuvuse kvaliteedi sagedussõltuvuse kohta koos selgitustega ja vastustega küsimustele.
- Kokkuvõte ja järeldused. Omapoolne hinnang kasutatud mõõtemetodile. Mis on meetodi tugevused ja nõrkused võrreldes teiste dielektrilise läbitavuse mõõtmise viisidega?

Võimalike kaitsmisküsimusi

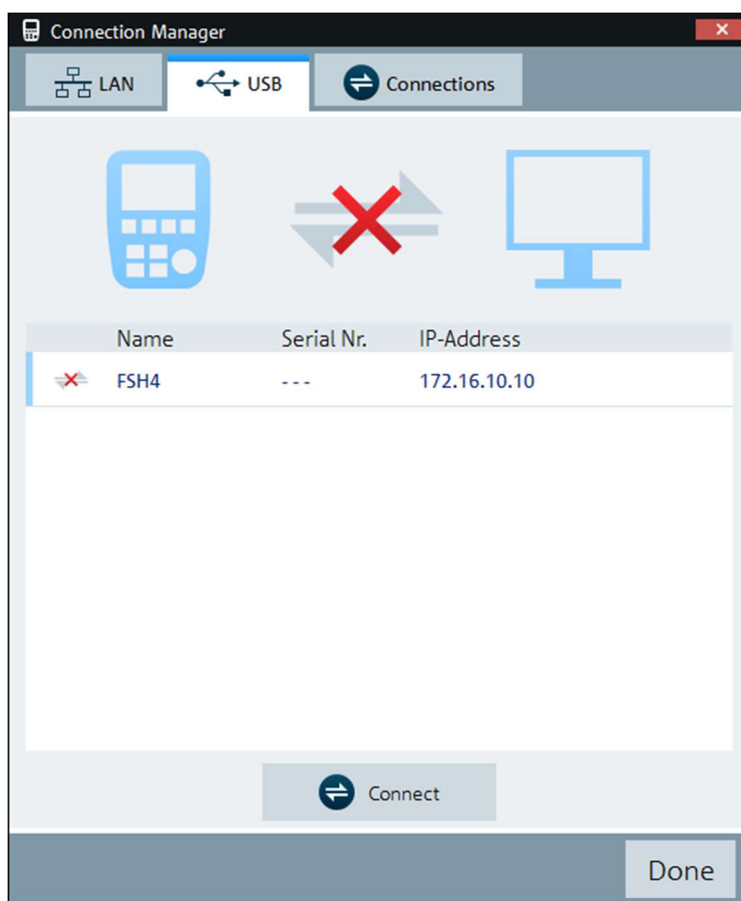
- Erinevate liitmääramatuste leidmine
- Kondensaatorisse salvestunud energia leidmine.
- Kuidas muutub energia kui muuta kas kondensaatori dielektriku või plaatide vahelist kaugust?
- Kui samast materjalist valmistada ringikujuline plaatkondensaator raadiusega r siis milline oleks saadud kondensaatori mahtuvuse valem?
- Juhendis on valemiga (12) anud kondensaatori pinge sõltuvus ajast. Tuleta selle valemi põhjal ahelat läbiva voolutugevuse $i(t)$ oma.
- Kui suur on voolu väärtus kui $U_0 = 6V$ ja laadumise algusest on möödas kolmandiku ajakonstandi võrra aega? Takistuse ja mahtuvuse väärtused võtke oma aruandest.
- Millisel sagedusel saadud mõõtetulemus kehtib?
- Nimetage mõni muu viis sama materjali dielektrilise läbitavuse mõõtmiseks. Kirjeldage seda meetodit lühidalt, nimetage selle tugevaid ja nõrku külgi.

Täiendavaid materjale:

- [1] Keysight Technologies. Basics of Measuring Dielectric Properties of Materials. Application Note. <https://www.keysight.com/us/en/assets/7018-01284/application-notes/5989-2589.pdf>, 22.03.2025
- [2] G. J. Sloggett, N. G. Barton, and S. J. Spencer, "Fringing fields in disc capacitors," Journal of Physics A: Mathematical and General., vol.19, no.14, pp. 2725-2736, 1986.
- [3] R&S®FSH4/8/13/20 Spectrum Analyzer Quick Start Guide. https://www.rohde-schwarz.com/hk/manual/r-s-fsh4-8-13-20-quick-start-guide-manuals-gb1_78701-29312.html, 15.09.2022
- [4] R&S®FSH Handheld Spectrum Analyzer Quick Start.
- [5] W.H. Hayt, J.A. Buck. Engineering Electromagnetics. 6th ed.

LISA A – Siduanalüsaatori ja arvuti vahelise ühenduse loomine

1. Käivita arvutis *R&S InstrumentView* tarkvara. *Connection Manager*'i aken peaks avanema automaatselt. (vt joonis A.1).
2. Vali USB sakk (*tab*) ja vajuta *Connect* nuppu. Ühenduse loomine võid veidi aega võtta, peale selle lõppu vajuta *Done* nuppu ja ühendus ongi tööks valmis.



Joonis A.1 R&S InstrumentView tarkvara Connection Manager'i aken

3. Kui ühenduse loomine ei peaks miskipärast õnnestuma, siis vajuta siduanalüsaatori esipaneeli paremas servas olevat <SETUP> nuppu.
4. Avanenud *Instrument Setup* dialoogiaknas saab liikuda kas mõõteriista esipaneelil olevat ketast või nooleklahve kasutades.
5. Dialoogiakna jaotise *LAN Port* juures seadistada *DHCP* olekuks „On“ või sisestada käsitsi sama IP aadress mis on näha *Connection Manager*'i aknas (172.16.10.10). Seejärel tuleb ühenduse loomiseks korrata teist punkti siinses loetelus.