

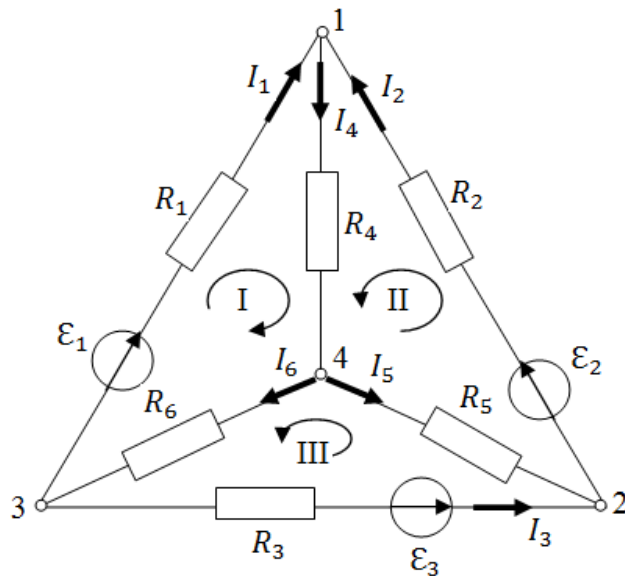
ALALISVOOLU LINEAARAHELATE ARVUTAMINE

KIRCHOFFI REEGLID

Arvutuste näide

On antud: $\mathcal{E}_1 = 100 \text{ V}$; $\mathcal{E}_2 = 30 \text{ V}$; $\mathcal{E}_3 = 10 \text{ V}$; $R_1 = R_2 = 10 \Omega$; $R_3 = 6 \Omega$;

$R_5 = 15 \Omega$; $R_6 = 1 \Omega$; $R_4 = 5 \Omega$



1. Leida voolud kõikides skeemi ahelates **Kirchoffi seaduste järgi**. Saadud võrrand lahendada vastava programmi abil.

Kirchoffi I seadus. Kõikide sisenevate ja väljuvate voolude summa on võrdne nulliga (sisenevad voolud „+” märgiga, väljuvad voolud „-”, märgiga). $\sum_{i=1}^N I_i = 0$

Kirchoffi II seadus. Pingelangude summa kontuuris on võrdne elektromotoorjõudude summaga (kui e.m.j ei ole kontuuris, siis pingelangude summa pannakse võrduma nulliga).

$$\sum_{i=1}^N I_i R_i = \sum_{i=1}^N \mathcal{E}_i$$

Antud ahelas on 4 sõlme, ehk rakendame Kirchoffi I seaduse nendest kolmele (ehk $n-1$ sõlmede jaoks). Kirchoffi II seaduse rakendame sõltumatute kontuuride jaoks.

Esimene samm: valime suvaliselt voolude suunas kõikides ahelates ning kontuuride ringkäigusuunad. E.m.j. suunad on juba antud.

1 sõlm: $I_1 + I_2 - I_4 = 0$

2 sõlm: $-I_2 + I_3 - I_5 = 0$

3 sõlm: $-I_1 - I_3 + I_6 = 0$

$$\text{I kontuur: } I_1 R_1 + I_4 R_4 + I_6 R_6 = \mathcal{E}_1$$

$$\text{II kontuur: } I_2 R_2 + I_4 R_4 + I_5 R_5 = \mathcal{E}_2$$

$$\text{III kontuur: } I_3 R_3 - I_5 R_5 + I_6 R_6 = \mathcal{E}_3$$

Kui voolu suund ühtib ringkäigusuunaga, siis IR on „+” märgiga, kui ei ühti, siis „-” märgiga. Sama reegele kehtib ka e.m.j kohta.

Saame võrrandisüsteemi, mida saab lahendada suvalise programmiga:

$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_4 = 0 \\ -I_2 + I_3 - I_5 = 0 \\ -I_1 - I_3 + I_6 = 0 \\ 10I_1 + 5I_4 + I_6 = 100 \\ 10I_2 + 5I_4 + 15I_5 = 30 \\ 6I_3 - 15I_5 + I_6 = 10 \end{cases}$$

Lahendades antud süsteemi, saame:

$$I_1 = 6,212 \text{ A}$$

$$I_3 = 0,225 \text{ A}$$

$$I_5 = -0,148 \text{ A}$$

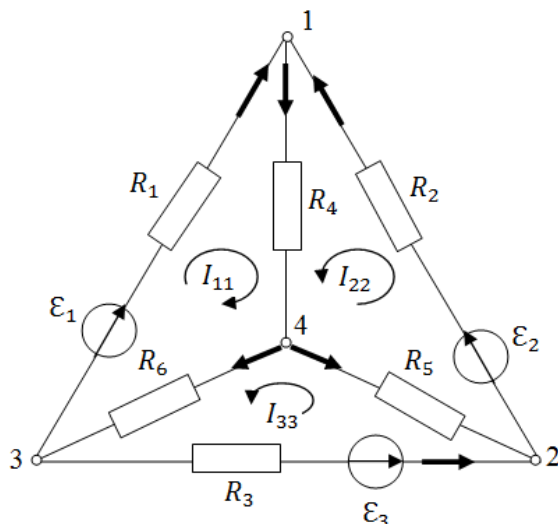
$$I_2 = 0,077 \text{ A}$$

$$I_4 = 6,289 \text{ A}$$

$$I_6 = 6,437 \text{ A}$$

Kui voolu väärtus tuli „-”, märgiga, siis reaalne voolu suund on vastassuunaline.

2. **Leida voolud kõikides skeemi ahelates *kontuurvoolude meetodiga*. Võrrandisüsteemi lahendamiseks võib samuti kasutada vastava programmi.**



Tähistame, et kontuuris, nt 143 läbib üks vool I_{11} joonisel näidatud suunas. Kontuuris 124 kulgeb vool I_{22} ning kontuuris 342 vool I_{33} . Voolude suunad valitakse suvaliselt. Kasutame Kirchhoffi II seaduse. Kasutame sama reegli, nagu eelmises näides toodud, kuid tuleb üks lisa juurde.

Vt, nt 143 kontuuri. Kontuuris on olemas takisti R_4 , mida läbib nii vool I_{11} , kui ka vool I_{22} . Voolude suunad ühtivad, siis kasutame „+” märgi. Samuti samas kontuuris on olemas takisti

R_6 , mida läbib nii vool I_{11} kui ka vool I_{33} , need voolud on omavahel vastassuunalised, siis kasutame „-“, märgi. Sama skeem käib ka teiste kontuuride kohta. Seega saame kolm võrrandit:

$$I_{11}(R_1 + R_4 + R_6) + I_{22}R_4 + I_{33}R_6 = E_1$$

$$I_{22}(R_2 + R_4 + R_5) + I_{11}R_4 - I_{33}R_5 = E_2$$

$$I_{33}(R_3 + R_5 + R_6) + I_{11}R_6 - I_{22}R_5 = E_3$$

Lahendades antud võrrandisüsteemi, saame:

$$I_{11} = 6,213 \text{ A}$$

$$I_{22} = 0,077 \text{ A}$$

$$I_{33} = 0,225 \text{ A}$$

Leiame voolud antud skeemis järgmiselt:

Kuna takistid R_1 , R_2 ja R_3 on seotud ainult ühe kontuuriga, siis selge, et:

$$I_{11} = I_1 = 6,213 \text{ A}$$

$$I_{22} = I_2 = 0,077 \text{ A}$$

$$I_{33} = I_3 = 0,225 \text{ A}$$

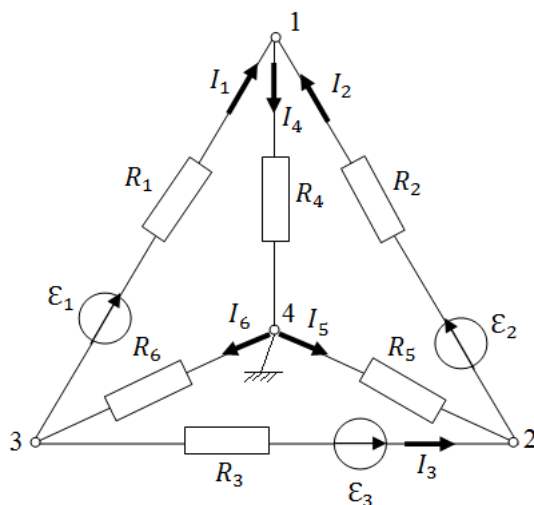
$$I_4 = I_{11} + I_{22} = 6,213 + 0,077 = 6,290 \text{ A}$$

$$I_5 = I_{22} - I_{33} = 0,077 - 0,225 = -0,148 \text{ A}$$

$$I_6 = I_{33} + I_{11} = 0,225 + 6,213 = 6,438 \text{ A}$$

3. Leida voolud kõikides skeemi ahelates sõlmpotentsiaalide meetodiga.

Antud meetodi olemus seisneb selles, et arvutused tehakse $n-1$ sõlme jaoks, aga viimane sõlm (ehk siis 4-s, vt joonis) maandatakse.



Meetodi reegel: Voolude summa iga sõlme jaoks on võrdne allikate voolude summaga. Antud juhul $I = \varphi \cdot 1/R$, kus $\sigma = 1/R$ – juhtivus.

Alguses määratakse kõikide sõlme potentsiaalid järgmise valemi abil:

$$\varphi_1\sigma_{11} - \varphi_2\sigma_{12} - \varphi_3\sigma_{13} - \dots - \varphi_s\sigma_{1s} - \dots - \varphi_n\sigma_{1n} = \sum_1 \varepsilon\sigma$$

$$\varphi_2\sigma_{22} - \varphi_1\sigma_{21} - \varphi_3\sigma_{23} - \dots - \varphi_s\sigma_{2s} - \dots - \varphi_n\sigma_{2n} = \sum_2 \varepsilon\sigma$$

$$\varphi_3\sigma_{33} - \varphi_2\sigma_{32} - \varphi_1\sigma_{31} - \dots - \varphi_s\sigma_{3s} - \dots - \varphi_n\sigma_{3n} = \sum_3 \mathcal{E}\sigma$$

.....

$$\varphi_n\sigma_{nn} - \varphi_1\sigma_{n1} - \varphi_2\sigma_{n2} - \dots - \varphi_s\sigma_{ns} = \sum_n \mathcal{E}\sigma$$

Siin: σ_{ss} - juhtivuste summa, mis on seotud sõlmega s; σ_{sk} - juhtivuste summa, mis ühendavad antud sõlme sõlmega k; $\sum_n \mathcal{E}\sigma$ - e.m.j ja selle juhtivuse korrutise summa: „+” märk on nendel juhtivustel, kus e.m.j mõjub sõlme suunas ning „-”, märk, kui e.m.j mõjub vastupidises suunas.

$$\varphi_1(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_4) - \varphi_2 \cdot \sigma_2 - \varphi_3 \cdot \sigma_1 = \mathcal{E}_1 \cdot \sigma_1 + \mathcal{E}_2 \cdot \sigma_2$$

$$\varphi_2(\sigma_5 + \sigma_2 + \sigma_3) - \varphi_1 \cdot \sigma_2 - \varphi_3 \cdot \sigma_3 = \mathcal{E}_3 \cdot \sigma_3 - \mathcal{E}_2 \cdot \sigma_2$$

$$\varphi_3(\sigma_1 + \sigma_3 + \sigma_6) - \varphi_1 \cdot \sigma_1 - \varphi_2 \cdot \sigma_3 = -\mathcal{E}_1 \cdot \sigma_1 - \mathcal{E}_3 \cdot \sigma_3$$

Lahendades antud võrrandisüsteemi, saame järgmsed lahendid:

$$\varphi_1 = 31,446 \text{ V}$$

$$\varphi_2 = 2,214 \text{ V}$$

$$\varphi_3 = -6,437 \text{ V}$$

Teades sõlmpunktide potentsiaale, leiame voolud kõikides ahelates (ahelat vaatame tavaliselt voolu suunas):

$$\varphi_2 - I_2 R_2 + \mathcal{E}_2 = \varphi_1 \rightarrow I_2 = 0,076 \text{ A}$$

$$\varphi_3 - I_1 R_1 + \mathcal{E}_1 = \varphi_1 \rightarrow I_1 = 6,211 \text{ A}$$

$$\varphi_4 - I_6 R_6 = \varphi_3 \rightarrow I_6 = 6,437 \text{ A}$$

$$\varphi_3 - I_3 R_3 + \mathcal{E}_3 = \varphi_2 \rightarrow I_3 = 0,225 \text{ A}$$

$$\varphi_4 - I_5 R_5 = \varphi_2 \rightarrow I_5 = 0,147 \text{ A}$$

$$\varphi_1 - I_4 R_4 = \varphi_4 \rightarrow I_4 = 6,290 \text{ A}$$

Arvutuste tulemused punktides 1-3 esitada tabelina ning võrrelda neid omavahel.

Voolud	$I_1, \text{ A}$	$I_2, \text{ A}$	$I_3, \text{ A}$	$I_4, \text{ A}$	$I_5, \text{ A}$	$I_6, \text{ A}$
Kirchoffi reeglite järgi	6,212	0,077	0,225	6,289	-0,148	6,437
Kontuurvoolude meetod	6,213	0,077	0,225	6,290	-0,148	6,438
Sõlmpotentsiaalide metod	6,211	0,076	0,225	6,290	0,147	6,437

4. Koostada võimsuste bilansi võrrand; arvutada sel korral eraldi alikate koguvõimsuse ja tarbijate peal eralduva koguvõimsuse.

Antud lahendust kasutatakse voolude arvutamise õigsuse kontrolliks. Energia jäävuse seaduse kohaselt: soojushulk, mis eraldub takistite peal ajaühikus on võrdne energiaga, mis antakse allikate poolt sama aja jooksul. Võimsuse bilansi võrrand on järgmine: $\sum I^2 R = \sum \mathcal{E} I$.

Koostame võimsuse bilansi võrrandi, arvestades ka märke:

$$\mathcal{E}_1 I_1 + \mathcal{E}_2 I_2 + \mathcal{E}_3 I_3 = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 + I_5^2 R_5 + I_6^2 R_6$$

Võimsus, mis eraldub takistite peal

$$\begin{aligned}\sum I^2 R &= \\ &= 6,212^2 \cdot 10 + 0,077^2 \cdot 10 + 0,225^2 \cdot 6 + 6,289^2 \cdot 5 + (-0,148)^2 \cdot 15 + 6,437^2 \cdot 1 = \\ &= 614,57 \text{ W}\end{aligned}$$

Allikate võimsus:

$$\sum \varepsilon I = 100 \cdot 6,212 + 30 \cdot 0,077 + 10 \cdot 0,225 = 626,01 \text{ W}$$

Arvutuste viga:

$$\varepsilon = \frac{626,01 - 614,57}{626,01} = 100\% = 1,83\%$$

Kuna viga ei ületa 5%, siis arvutused on tehtud õieti.