

KOMBINATOORIKA

Ühenditeks nimetatakse lõpliku hulga $U_n = \{u_1; u_2; \dots; u_n\}$ elementidest moodustatud alamhulki, mis erinevad üksteisest kas elementide endi, nende järjestuse, arvu või kordsuse poolest.

Variatsioonid n erinevast elemendist m elemendi kaupa on ühendid, mis erinevad üksteisest elementide eneste või nende järjestuse poolest (s.t. uus järjestus endiste elementidega loetakse uueks ühendiks). Üksteisest erinevate variatsioonide arvu n elemendist m elemendi kaupa tähistatakse V_n^m (või A_n^m) ja arvutatakse järgmiselt:

$$V_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot [n-(m-1)],$$

kus $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$ (loetakse **n -faktoriaal**). On defineeritud, et $1! = 1$ ja $0! = 1$.

Kordumistega variatsioonid n erinevast elemendist m elemendi kaupa on sellised m -elemendilised variatsioonid, milles iga element võib esineda kuni m kordselt. Erinevaid kordumistega variatsioone on

$$W_n^m = n^m.$$

Permutatsioonid on variatsioonid n elemendist n elemendi kaupa ja esitavad kõikvõimalikke erinevaid järjestusi n elemendist. Nende järjestuste arvu tähistatakse P_n ja arvutatakse

$$P_n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n = n!.$$

Kui n ümberjärjestatava elemendi hulgas on erinevaid elemente k , kusjuures nad esinevad vastavalt $n_1, n_2, \dots, n_k$ korda (kus $n_1 + n_2 + \dots + n_k = n$), siis erinevate **kordumistega permutatsioonide** arv on

$$P_n^{n_1, n_2, \dots, n_k} = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_k!}.$$

Kombinatsioonid n erinevast elemendist m elemendi kaupa on ühendid, mis erinevad üksteisest vähemalt ühe elemendi poolest (s.t. ainult järjestuse muutus uut kombinatsiooni ei anna). Erinevate kombinatsioonide arvu tähistatakse C_n^m (või $\binom{n}{m}$) ja nende arv leitakse järgmiselt:

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}.$$

Kehtivad seosed

$$\begin{aligned} C_n^m &= C_n^{n-m}, \\ C_n^n &= 1, \\ C_n^0 &= 1. \end{aligned}$$

Kordumistega kombinatsioonid n erinevast elemendist m elemendi kaupa on kombinatsioonid, milles iga element võib esineda kuni m kordselt. Erinevaid kordumistega kombinatsioone on

$$\Gamma_n^m = C_{n+m-1}^m = \frac{(n+m-1)!}{m!(n-1)!}.$$

Selles valemis on kasutatud kreeka tähestiku suurt tähte Γ (gamma).

Erinevate valikuvõimaliste arvu kahest hulgast saab leida nn. liitmis- või korrutamise reegli abil.

Liitmisreegel: kui objekti A saab valida m erineval viisil ja objekti B n erineval viisil, kusjuures A ja B valikud on teineteist välistavad (s.t. ei saa korraga valida nii objekti A kui ka objekti B), siis kas A **või** B valimiseks leidub $m + n$ erinevat võimalust.

Korrutamise reegel: kui objekti A saab valida m erineval viisil ja pärast iga sellist valikut saab objekti B valida n erineval viisil, siis **nii** A **kui ka** B valimiseks (selles järjekorras) leidub $m \cdot n$ erinevat võimalust.

Newtoni binoomivalem on valem binoomi (kaksliikme) astme avaldamiseks tema liikmete astmete kaudu:

$$(a + b)^n = \sum_{m=0}^n C_n^m a^{n-m} b^m = a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_n^{n-1} a b^{n-1} + b^n$$