

AEGREAD

1. Sissejuhatus

Ühiskondlikud ja majanduslikud nähtused muutuvad ajaliselt, st nad on **dünaamilised**. Nii näiteks materiaalseid väärtusi toodetakse ja kulutatakse pidevalt; muutub töötavate inimeste arv nii ettevõttes kui kogu rahvamajanduses jne. Majanduslikke nähtusi iseloomustatakse nende tunnuste väärtustega teataval ajamomendil või -perioodil. Mitme ajamomendi või -perioodi andmed moodustavad andmete rea, mis võimaldab hinnata selle nähtuse muutumist ajas. Mõnel juhul on võimalik teha järeldusi nähtuse ajalise muutumise intensiivsuse ja üldise arengutendentsi kohta juba pealiskaudsel tutvumisel rea liikmetega. Tavaliselt eeldab nähtuse ajalise muutumise uurimine siiski spetsiaalsete meetodite rakendamist – aegride analüüsimist.

2. Aegride olemus

Aegreaks ehk **kronoloogiliseks** ehk **dünaamikareaks** nimetatakse nähtuse ajalist muutumist iseloomustavat arvandmete rida. Aegrea elemendid on nähtust iseloomustava tunnuse arväärtused ning neile vastavad teatud ajamomendid või -perioodid. Ühe nähtuse iseloomustamisel mitme tunnuse läbilõikes tekib samapalju aegridu kui on uurimisega hõlmatud tunnuseid. Aegread liigitatakse **moment-** ja **perioodridadeks**. Nende range eristamine on oluline eeskätt keskmiste arvutamisel.

Momentread

Momentrida on aegrida, mille iga element on seotud teatud kindla ajamomendiga (kuupäevaga, aasta alguse või lõpuga). Momentrea näiteks on andmed rahvaarvu kohta iga aasta alguseks. Momentrea oluliseks iseärasuseks on asjaolu, et nähtust iseloomustava tunnuse arväärtuste summal ei ole reaalselt sisu. Nii näiteks ei ole mingit mõtet liita rahvaarve aastate alguses.

Perioodread

Perioodrida on aegrida, mille iga element on seotud mingi ajavahemikuga, -perioodiga (kuu, kvartal, aasta). Neid ridu nimetatakse mõnel juhul ka intervallridadeks. Perioodridu võib liigitada **pidevateks** ja **sõredateks**. Pidevate perioodridade perioodid järgnevad vahetult üksteisele. Pideva perioodrea näiteks on andmed ettevõtte kaubatoodangu kohta kvartalite lõikes ühel aastal. Pideva perioodrea elementide arväärtuste summal

on majanduslik sisu - nad väljendavad sama tunnuse väärtust pikema perioodi kohta. Nii väljendab nelja kvartali kaubatoodang ettevõtte aastast kaubatoodangut.

Sõredates (ehk vahemlikes) perioodridades on tunnuse arväärtused perioodide kohta, mis ei järgne vahetult üksteisele. Sõredate perioodridade perioodid võivad olla eraldatud üksteisest korrapäraste, s.t. võrdsete intervallidega või hoopis suvaliselt võetud intervallidega. Sõreda perioodrea elementide arväärtuste summa ei ole mõtestatud (ta on mõõdetud nagu momentrea puhul).

Nähtuse tunnuse iseloomu järgi liigitatakse aegread veel absoluut- ja suhtarvude ning keskmiste ridadeks. Primaarsed on absoluutarvudes esitatud read. Kõik ülejäänud on primaarsetest tuletatud. Aegridade analüüsimisel arvutatavad suhtarvud moodustavad uue, lähtereast erineva aegrea.

3. Aegridade elementaaranalüüs

Majanduslike nähtuste ajalise muutumise uurimisel võib eristada kahte põhilist astet:

- aegridade elementaaranalüüs;
- üldise arengutendentsi ehk trendi uurimine.

Elementaaranalüüs seisneb aegridade lihtsamate karakteristikute: absoluutne juurdekasv, juurdekasvutempo, kasvutempo, keskmine kasvutempo jt arvutamises. Nende lihtsate aegrea karakteristikute abil on võimalik anda nähtuse muutumise üldine iseloomustus. Nende näitajate arvutamine tugineb aegridade jooksvate tasemete ja mingi eelmise või baastaseme võrdlemisele. Jooksvate tasemete võrdlemine mingi eelmise tasemega annab **ahelnäitajad**, võrdlemine ühe ja sama baastasemega annab aga **baasnäitajad**.

3.1. Absoluutne juurdekasv

Nähtuse (täpsemalt väljendatult nähtust iseloomustava tunnuse arväärtuste) absoluutset muutumist iseloomustab aegrea kahe elemendi väärtuse vahe, mida nimetatakse **absoluutseks juurdekasvuks**. Absoluutne juurdekasv võib olla ka negatiivne ning iseloomustada seega tunnuse väärtuse vähenemist ehk kahanemist.

Absoluutne juurdekasv aegrea eelmise elemendi väärtusega võrreldes ehk nn. **aheljuurdekasv** (d^a) leitakse valemiga:

$$d^a = y_t - y_{t-1} \quad (8.1)$$

kus

y_t – aegrea elemendi arvvärtus vaadeldaval ajamomendil või -perioodil;

y_{t-1} – aegrea elemendi väärtus eelmisel ajamomendil (-perioodil).

Absoluutne juurdekasv mingi varasema baasiks võetava väärtusega võrreldes ehk nn. **alus-** ehk **baasjuurdekasv** (d^b) leitakse valemiga:

$$d^b = y_t - y_1 \quad (8.2)$$

kus

y_1 – aegrea elemendi väärtus baasiks võetaval ajamomendil (-perioodil).

Viimase ajamomendi (-perioodi) absoluutne alusjuurdekasv, mis iseloomustab absoluutset juurdekasvu kogu vaadeldaval perioodil., on võrdne kõigi aheljuurdekasvude summaga

3.2. Kasvutempo

Kasvutempo on nähtust iseloomustava tunnuse vaadeldava ajamomendi (või -perioodi) arvvärtuse ja mingi eelise ajamomendi (või -perioodi) arvvärtuse suhe. Kasvutempo võib leida kas eelmise ajamomendi (-perioodi) või mingi muu aluseks võetud ajamomendi (-perioodi) suhtes. Vastavalt sellele eristatakse ahel- ja aluskasvutempot.

Ahelindeks e. **ahelkasvutempo** leitakse valemiga:

$$i^a = \frac{y_t}{y_{t-1}} \quad (8.3)$$

kus

y_t – aegrea elemendi väärtus vaadeldaval ajamomendil (-perioodil);

y_{t-1} – aegrea elemendi arvvärtus eelmisel ajamomendil (-perioodil).

Alusindeks e. **aluskasvutempo** leitakse valemiga

$$i^b = \frac{y_t}{y_1} \quad (8.4)$$

kus

y_1 – aegrea elemendi väärtus baasiks võetud ajamomendil või -perioodil.

Ahelkasvutemposid võib väljendada ka protsentides või promillides. Selleks tuleb valemi abil saadu korrutada 100-ga või 1000-ga. Kui $i > 1$, siis on meil sõna otseses mõttes tegemist kasvutempoga. Kui aga $i < 1$, siis nähtust iseloomustava tunnuse väärtus on vähenenud ning tegemist on kahanemise tempoga.

Ahelindeksite korrutis annab viimase alusindeksi, mida on eriti oluline teada keskmise kasvutempo arvutamisel. Lünklike aegridade täiendamiseks on oluline teada ka seda, et mistahes ajaperioodi (-momendi) ahelindeks võrdub sama perioodi (-momendi) alusindeksi ja eelmise perioodi alusindeksi jagatisega. Mistahes ajaperioodi (või -momendi) alusindeks võrdub kõigi ahelindeksite korrutisega alates baasiks võetud aastale järgnevast aastast kuni antud aastani.

3.3. Juurdekasvutempo

Kasvutempo kõrval kasutatakse nähtuste ajalise muutumise intensiivsuse iseloomustamiseks ka **juurdekasvutempo**, mis on absoluutse juurdekasvu ning selle arvutamisel aluseks võetud aegrea elemendi väärtuse suhe. Juurdekasvutempo võib leida nii aegrea eelmise elemendi kui ka mingi teise aluseks võetud elemendi suhtes. Vastavalt sellele eristatakse ahel- ja alusjuurdekasvutempo. **Aheljuurdekasvutempo** (j^a) leitakse valemiga

$$j^a = \frac{d^a}{y_{t-1}} = \frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1}} = i^a - 1 \quad (8.5)$$

kus

d^a – on absoluutne juurdekasv aegrea eelmise elemendi väärtusega võrreldes ja

y_{t-1} – aegrea elemendi arv väärtus eelmisel ajamomendil või -perioodil.

Põhimõtteliselt on aheljuurdekasvutempo ahelkasvutempost 1,0 võrra väiksem ja võib olla nii positiivne kui negatiivne. Kui ahelkasvutempo on leitud protsentides või promillides, tuleb 1 asemel lahutada vastavalt 100 või 1000.

Alusjuurdekasvutempo (j^b) leitakse valemiga

$$j^b = \frac{d^b}{y_1} = \frac{y_t - y_1}{y_1} = i^b - 1 \quad (8.6)$$

kus

d^b – on absoluutne juurdekasv aegrea baaselemendi arväärtusega võrreldes ja

y_1 – aegrea elemendi väärtus baasiks valitud ajamomendil (-perioodil).

Juurdekasvutempo võib nagu kasvutempogi väljenduda nii vahetu suhtena kui ka protsentides või promillides. Kui kasvutempo on juba leitud, siis võib juurdekasvutempo leida, lahutades kasvutempost vastavalt 1,0, 100% või 1000 ‰. Analoogselt võib juurdekasvutempo alusel leida kasvutempo, liites juurdekasvutempole vastavalt 1,0, 100% või 1000 ‰. Juurdekasvutempo võib olla ka negatiivne, ning seda siis, kui absoluutne juurdekasv on negatiivne.

Majandusalases kirjanduses on sageli juttu majanduse arengust. Seda võidakse iseloomustada kas absoluutarvude või suhtarvude, s.t. kasvu- ja juurdekasvutempodega. Seejuures ei tohi kasvutempot kasutada juurdekasvutempo tähenduses. See on elementaarne viga, ka siis, kui üldine tekst iseloomustab majandusliku arengu suunda ja suurust niivõrd selgelt, et terminoloogiline eksitus jääb märkamatuks.

3.4. Teist järku diferents

Teist järku diferentsid ehk **juurdekasvu juurdekasvud** on absoluutsed juurdekasvu näitajad. Nad võivad olla nii positiivsed kui ka negatiivsed:

$$\pm \Delta' d_t^a = d_t^a - d_{t-1}^a \quad (8.7)$$

Teist järku diferentsid iseloomustavad nähtuse arenemiskiiruse muutumist. Kui positiivses suunas toimunud areng mingil ajaperioodil aeglustub, siis teist järku diferents muutub negatiivseks.

3.5. Ühe juurdekasvuprotsendi absoluutne väärtus.

Ühe juurdekasvuprotsendi absoluutne väärtus Δ leitakse absoluutse juurdekasvu ja sama perioodi kohta protsentides arvutatud juurdekasvutempo jagatisena:

$$\Delta = \frac{d_t}{(j_{t-1}) \cdot 100} \quad (8.8)$$

kus

d_t – absoluutne juurdekasv t -ndal perioodil;

$(j_{t-1}) \cdot 100$ – t -nda perioodi juurdekasvutempo protsentides.

3.6. Aegridade keskmised tasemed

- **Aritmeetiline keskmine**

Aritmeetilise keskmisena leitakse perioodridade keskmisi tasemeid. Seejuures kasutatakse lihtsa aritmeetilise keskmise valemit kui üksteisele järgnevad sama suurusjärgu perioodid on ühepikkused. Kaalutud aritmeetilise keskmise järele tekib vajadus siis, kui perioodid ei ole ühepikkused. Aegrea eri liikmete kaalud peavad sel juhul olema võrreldes vastavate perioodide pikkustega.

- **Kronoloogiline keskmine**

Momentridade puhul kasutatakse aegrea keskmise taseme arvutamiseks kronoloogilist keskmist.

Momentrea näiteks võib olla andmete rida mingi ettevõtte kassas kuude alguspäevadel olnud sularaha summa kohta. Kassas oleva sularaha jääke 1. jaanuaril, 1. veebruaril jne. pole mõtet liita, sest nii saadav summa oleks mõtetu. Mõtetu oleks ka aritmeetiline keskmine, mis saadakse, kui nimetatud summa jagatakse kuude arvuga. Moment- ja perioodsuuruste jagatisel pole mõtet. Nad tuleb muuta eelnevalt üht laadi suurusteks, näiteks kassa saldod perioodsuurusteks.

Momentrea keskmise arvutamise valem on järgmine

$$\bar{x}_{\text{kron}} = \frac{\frac{x_1}{2} + x_2 + \dots + x_{n-1} + \frac{x_n}{2}}{n-1} = \left(\frac{x_1 + x_n}{2} + \sum_{i=2}^{n-1} x_i \right) \frac{1}{n-1} \quad (8.9)$$

kus x_i on mingi momentsuurus uuritavas aegreas. Sellisel kujul avaldatud keskmist nimetataksegi **kronoloogiliseks keskmiseks**.

Et raamatupidamisbilansid koostatakse alati mingiks kindlaks momendiks (esimeseks kuupäevaks), siis on kõik bilansiandmetest koosnevad read momentread, millest saab arvutada ainult kronoloogilisi keskmisi.

- **Keskmine kasvutempo geomeetrilise keskmisena.**

Kui on teada aegrida, mille liikmete absoluutväärtused on $y_1, y_2, \dots, y_n$, kus y tähistab näiteks piimatoodangut mingil aastal, siis võime neil andmetel leida kokku $(n - 1)$ ahelindeksit ehk aastast kasvutempot, mis näitavad, kui intensiivselt on toimunud y kasv aastast aastasse. Ahelindeksid on kordsed ehk multiplikatiivsed suurused. Nende liitmisel ja seega ka nende aritmeetilisel keskmisel pole praktiliselt mõtet. Et individuaalindeksite reast saab ühes arvus väljenduva üldistuse ainult korrutamise teel, siis tähendab see, et ka nende keskmise arvutamisel tuleb kasutada niisugust keskmise valemit, mis eeldab lähtesuuruste korrutamist. Teisiti väljendatult tähendab see, et mistahes nähtuse keskmine kasvutempo (keskmine ahelindeks) tuleb arvutada individuaalsete kasvutempode **geomeetrilise keskmisena**. Valemit

$$\bar{x}_{\text{geom}} = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \dots x_n} \quad (8.10)$$

saab geomeetrilise keskmise arvutamiseks kasutada siis, kui indeksid on olemas. On aga lähteandmeteks ainult absoluutarvud kogu uuritava ajaperioodi alguses ja lõpus, siis seda kasutada ei saa. Viimasel juhul tuleb kasutada valemit

$$\bar{x}_{\text{geom}} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} \quad (8.11)$$

Väärrib tähelepanu, et valemis on juurijaks $(n - 1)$, seega arv, mis on ühe võrra väiksem kui vastava aegrea liikmete arv. Et indekseid on alati ühe võrra vähem kui liikmeid lähtereas, tähendab see, et ka siin on juurija võrdne juuremärgi all mõtteliselt olevate ahelindeksite arvuga, ehkki käesoleval juhul on seal tegelikult absoluutarvud. Viimane valem on geomeetrilise keskmise arvutamiseks eriti sobiv, kui andmed on lünklikud. Valemi kasutamine on otstarbekas ka siis, kui on teada aegrea kõik liikmed, sest jääb ära ahelindeksite arvutamine ja korrutamine. Üldse on eelmist valemit geomeetrilise keskmise arvutamiseks mõtet kasutada ainult siis, kui ainsateks andmeteks on ahelindeksid, rea liikmete absoluutseid väärtusi aga pole teada.