

ARVUSÜSTEEMID

Arvusüsteem - kodeerimine

Koodikohad (positsioonid, järgud)

$N \Rightarrow a_{n-1}a_{n-2} \dots a_1a_0$

Arvusüsteemi alus - erinevate kasutatavate märkide (sümbolite) arv.

Positsiooniline arvusüsteem - järgul on kaal ja sümbolil on väärtus.

Koma (punkti) asukoht tegelikult kokkuleppeline.

$a_{n-1}a_{n-2} \dots a_1a_0 , a_{-1}a_{-2} \dots a_{-m+1}a_{-m}$

Täisosa

Murdosa

$$\mathbf{N} = \sum_{i=-m}^{n-1} a_i \cdot p_i ,$$

kus a_i on järgu väärtus ja p_i – järgu kaal.

Arvusüsteem alusega $p \Rightarrow$ järgu kaal = p^i

Polünoomvalem:
$$\mathbf{N} = \sum_{i=-m}^{n-1} a_i p^i$$

Kasutatakse üldjuhul märke $\{0,1,\dots,p-1\}$

Alused:

- positiivsed (2, 3, 8, 10, 16 jt.)
- negatiivsed (-2)
- murdväärtused

Teisendused positsioonisüsteemide vahel

TÄISARVUD

Vana süsteem (kust teisendame)

$$N = a_{n-1} a_{n-2} \dots a_2 a_1 a_0 = \sum_{i=0}^{n-1} a_i p^i$$

Uus süsteem (kuhu teisendame)

$$N = b_{k-1} b_{k-2} \dots b_2 b_1 b_0 = \sum_{i=0}^{k-1} b_i q^i$$

Horneri teisendus

$$\begin{aligned} N &= b_{k-1} * q^{k-1} + b_{k-2} * q^{k-2} + \dots + b_2 * q^2 + b_1 * q^1 + b_0 = \\ &= (b_{k-1} * q^{k-2} + b_{k-2} * q^{k-3} + \dots + b_2 * q^1 + b_1) * q + b_0 = \\ &= ((b_{k-1} * q^{k-3} + b_{k-2} * q^{k-4} + \dots + b_2) * q + b_1) * q + b_0 = \dots \end{aligned}$$

Jagada tsükliliselt q-ga ja eraldada jääk.

Näited:

$$93_{10} = X_2$$

$$93_{10} = X_4$$

$$93_{10} = X_{12}$$

$$334_5 = X_{10} \dots\dots\dots$$

$$= 3 * 5^2 + 3 * 5^1 + 4 * 5^0 = 94_{10}$$

$$1101101_2 = X_{10} \dots\dots\dots$$

$$= 1 * 2^6 + 1 * 2^5 + 0 * 2^4 + 1 * 2^3 + 1 * 2^2 + 0 * 2^1 + 1 * 2^0 = 109_{10}$$

- polünoomiga
- jagamine 10-ga

MURDARVUD

$$\mathbf{N} = \mathbf{b}_{-1} \mathbf{b}_{-2} \dots \mathbf{b}_{-m+1} \mathbf{b}_{-m} = \sum_{i=-1}^{-m} b_i q^i$$

$$\mathbf{N} = \mathbf{b}_{-1} * \mathbf{q}^{-1} + \mathbf{b}_{-2} * \mathbf{q}^{-2} + \mathbf{b}_{-3} * \mathbf{q}^{-3} + \dots + \mathbf{b}_{-m+1} * \mathbf{q}^{-m+1} + \mathbf{b}_{-m} * \mathbf{q}^{-m}$$

$$\mathbf{N} * \mathbf{q} = \mathbf{b}_{-1} + (\mathbf{b}_{-2} * \mathbf{q}^{-1} + \mathbf{b}_{-3} * \mathbf{q}^{-2} + \dots + \mathbf{b}_{-m+1} * \mathbf{q}^{-m+2} + \mathbf{b}_{-m} * \mathbf{q}^{-m+1})$$

$$(\mathbf{N} * \mathbf{q} - \mathbf{b}_{-1}) * \mathbf{q} = \mathbf{b}_{-2} + (\mathbf{b}_{-3} * \mathbf{q}^{-1} + \dots + \mathbf{b}_{-m+1} * \mathbf{q}^{-m+3} + \mathbf{b}_{-m} * \mathbf{q}^{-m+2})$$

Jne.

Korrutada tsükliliselt q-ga ja eraldada täisosa.

$$0,3_{10} = X_2$$

$$0,3_{10} = X_4$$

$$0,3_{10} = X_{12}$$

$$0,34_6 = X_{10}$$

$$0,110101_2 = X_{10}$$

- polünoomiga

- korrutamisega

Segaarvude (täis- ja murdosa) teisendused

$$19,3_{10} = X_2$$

$$111011,100110_2 = X_{10}$$

Kahendsüsteem {0,1}

$$p=2 \quad \& \quad a_i \in \{0,1\}$$

$$N = \sum_{i=-m}^{n-1} a_i 2^i$$

Täisarvude teisendamine

Murdarvude teisendamine

Tehted

• Liitmine $S:=X+Y$

x_i	y_i	c_i	c_{i+1}	s_i
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

Näide:

$$\mathbf{X=987}_{10}$$

$$\mathbf{Y=123}_{10}$$

$$\mathbf{S:=X+Y}$$

1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1
1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	
	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1
+				1	1	1	1	0	1	1
1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0
S₁₀	S₉	S₈	S₇	S₆	S₅	S₄	S₃	S₂	S₁	S₀

- **Lahutamine $S:=X-Y$**

x_i	y_i	b_i	b_{i+1}	d_i
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

Näide:

$X=987_{10}$

$Y=123_{10}$

$S:=X-Y$

1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1
	0	0	1	1	0	0	0	0	0	
	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1
-				1	1	1	1	0	1	1
	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0
	d_9	d_8	d_7	d_6	d_5	d_4	d_3	d_2	d_1	d_0

• **Korrutamine $S:=X*Y$**

*	0	1
0	0	0
1	0	1

$$S := 25_{10} * 13_{10} = 11001_2 * 1101_2$$

$$\begin{array}{r}
 \\
 * \\
 \hline
 11001 \\
 00000 \\
 11001 \\
 11001 \\
 \hline
 101000101
 \end{array}$$

$$101000101_2 = 505_8 = 325_{10}$$

NB! Murd- ja täisarvude korrutamine!

- Jagamine

Näide:

$88_{10} : 6_{10} = 14_{10}$, jääk 4_{10}

$$\begin{array}{r}
 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0 : 1\ 1\ 0 = 1\ 1\ 1\ 0 \\
 -\ 1\ 1\ 0 \\
 \hline
 1\ 0\ 1\ 0 \\
 -\ 1\ 1\ 0 \\
 \hline
 1\ 0\ 0\ 0 \\
 -\ 1\ 1\ 0 \\
 \hline
 0\ 1\ 0\ 0 \\
 -\ 1\ 0\ 1 \\
 \hline
 \quad \quad * \quad * \quad *
 \end{array}$$